

Estuda FQ
Professor Marco Pereira



www.estudafq.pt



96 310 99 94

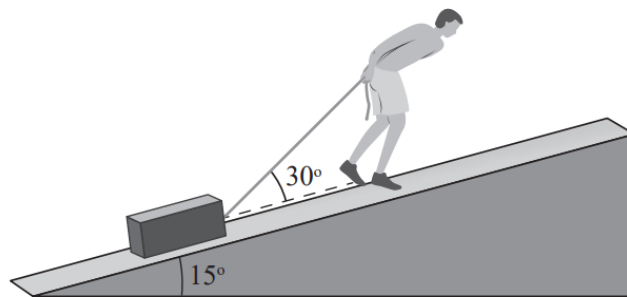
Exercícios de Exames Nacionais

Física 11.º ano - **Unidade I**

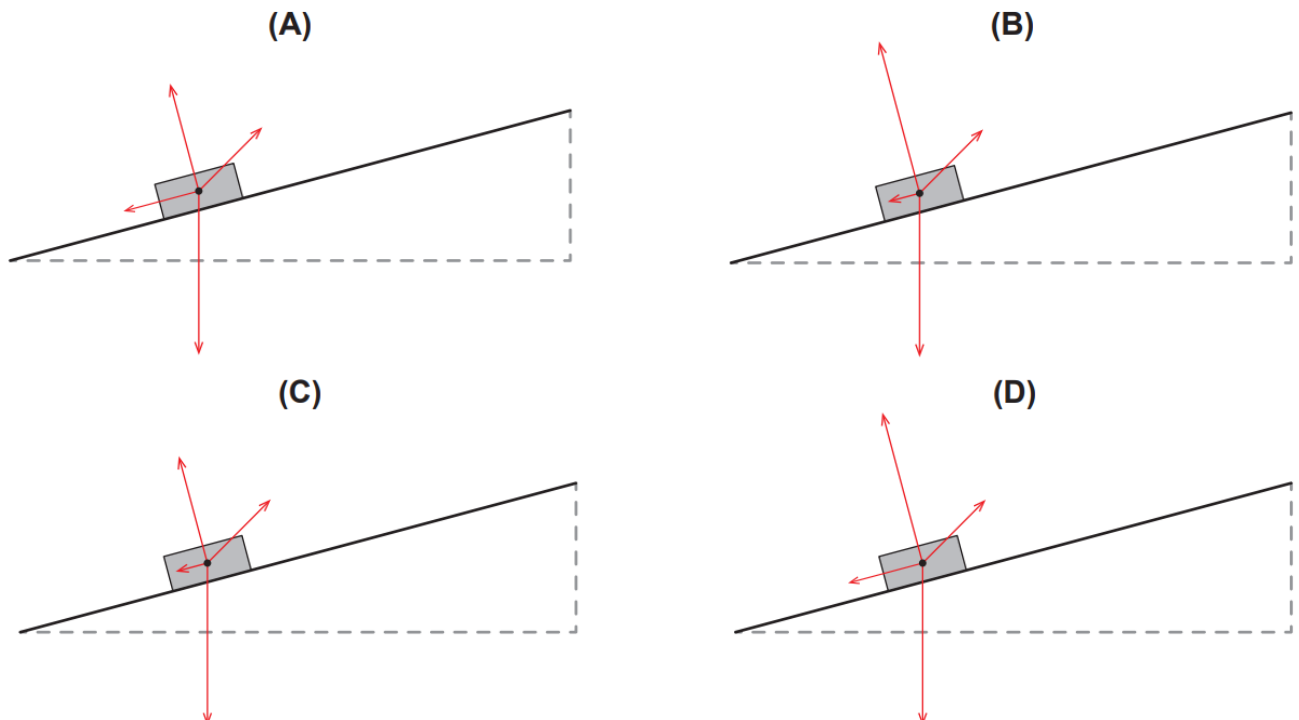
Exame Nacional de 2025 - Época Especial

2. Na Berlenga Grande, uma ilha ao largo de Peniche, a ligação entre o cais e o farol faz-se por uma rampa. A Figura 1 representa uma pessoa que sobe um troço retilíneo dessa rampa, com 15° de inclinação, puxando uma caixa, na qual exerce uma força, $\vec{F}_1$, que faz um ângulo de 30° com o deslocamento.

Considere que a caixa pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e que a resultante das forças de atrito que atuam na caixa não é desprezável.



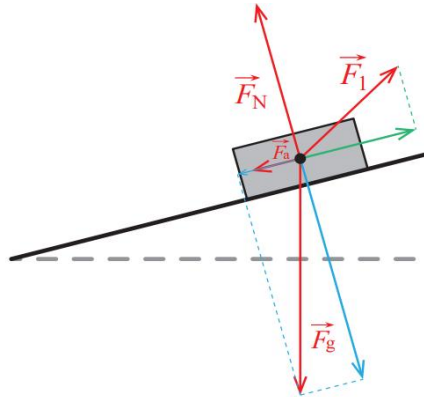
- 2.1. Qual dos diagramas pode representar, na mesma escala, as forças que atuam na caixa, admitindo que esta sobe a rampa com velocidade constante?



2.1. (C)

Neste item, devemos ter em consideração a atuação de diferentes forças: a força gravítica, $\vec{F}_g$, a força que a pessoa exerce no bloco, $\vec{F}_1$, a força normal, $\vec{F}_N$, e a resultante das forças de atrito, $\vec{F}_a$.

Deste modo, para que a velocidade seja constante, a componente de $\vec{F}_1$ tangencial ao movimento da caixa deverá possuir a mesma intensidade que a da resultante das forças contrárias ao movimento da caixa, que é igual à soma da resultante das forças de atrito e a componente da força gravítica tangencial ao deslocamento da caixa. A Figura 1 ilustra o esquema das forças e as suas componentes.



Observemos que, pela imagem da opção correta da prova, a força normal possui intensidade inferior à intensidade da componente da força gravítica perpendicular à rampa. Isso acontece porque, como a força $\vec{F}_1$ está inclinada em relação à rampa, a resultante das forças que a caixa exerce na rampa será inferior, pois é contrária à componente da força $\vec{F}_1$ perpendicular à rampa, que têm sentidos opostos, fazendo com que a força normal seja inferior à componente da força gravítica perpendicular à rampa, ou seja, $F_N < F_{p_y}$.

3. O ganso-patola, espécie protegida no âmbito do projeto LIFE Berlingas, captura peixes mergulhando de uma certa altura.

3.2. Quando o ganso-patola, de massa m_{ganso} , se encontra sobre a posição do peixe, inicia um voo vertical e retilíneo para o capturar.

Admita que o ganso pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

3.2.1. Num dado instante, o ganso-patola tem uma aceleração constante de módulo $8,0 \text{ m s}^{-2}$, atuando sobre ele apenas a força gravítica e a resistência do ar.

O módulo da força de resistência do ar que atua no ganso nesse instante, em função da massa m_{ganso} , é

- (A) $1,8 m_{\text{ganso}}$ (B) $8,0 m_{\text{ganso}}$ (C) $9,8 m_{\text{ganso}}$ (D) $17,8 m_{\text{ganso}}$

3.2.1. (A)

Como as duas forças atuam na mesma direção, mas sentidos opostos, a intensidade da resultante das forças será dada por

$$F_R = F_g - F_a \Leftrightarrow 8,0 m_{\text{ganso}} = 9,80 m_{\text{ganso}} - F_a \Leftrightarrow F_a = 1,80 m_{\text{ganso}}$$

- * 3.2.2. Considere que, imediatamente antes de atingir a superfície da água, o ganso-patola tem uma velocidade de módulo $16,0 \text{ m s}^{-1}$ e que, no impacto com a água, perde metade da sua energia cinética.

Após a entrada na água, o ganso desloca-se na vertical, com movimento retilíneo uniformemente retardado, com aceleração de módulo $18,0 \text{ m s}^{-2}$, atingindo a posição do peixe com velocidade de módulo $5,9 \text{ m s}^{-1}$.

Determine a profundidade a que o peixe se encontrava.

Apresente todos os cálculos efetuados.

* 3.2.2.

- Cálculo do módulo da velocidade do ganso após o impacto com a água ($11,3 \text{ m s}^{-1}$)

Sendo $E_c = \frac{1}{2} m v^2$, quando a sua energia cinética diminui pela metade, significa que v^2 diminuiu pela metade, ou seja, a sua velocidade agora é

$$\frac{v_{\text{inicial}}^2}{2} = \frac{16,0^2}{2} = v_{\text{final}}^2 \Leftrightarrow v_{\text{final}} = \sqrt{\frac{16,0^2}{2}} = 11,3 \text{ m s}^{-1}$$

- Cálculo do tempo que o ganso demorou a atingir o peixe após a entrada na água ($0,300 \text{ s}$)

Para utilizarmos as equações de posições, é necessário determinar o tempo, pelo que

$$v = v_0 + a t \quad 5,9 = 11,3 - 18,0 t \Leftrightarrow t = 0,300 \text{ s}$$

- Cálculo da profundidade a que se encontrava o peixe ($2,6 \text{ m}$)

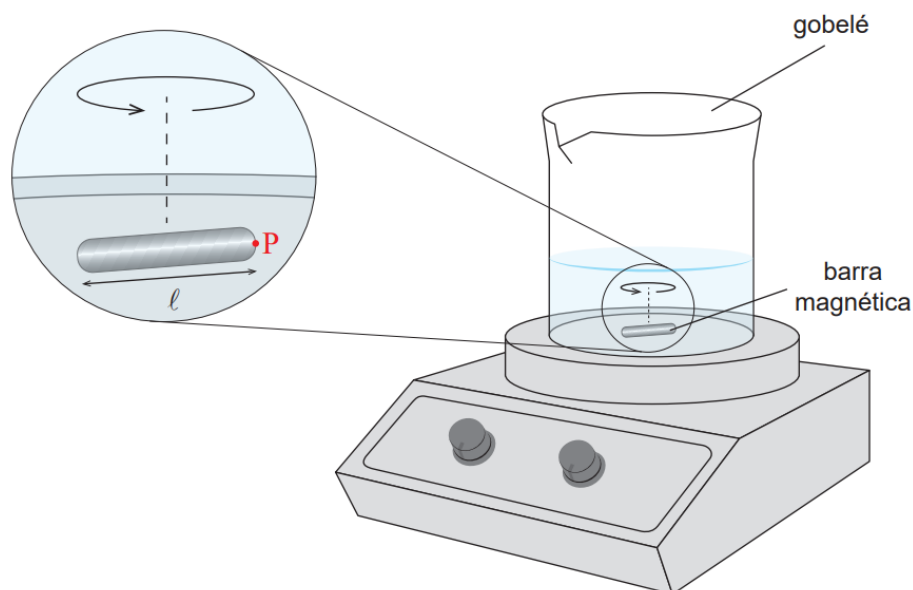
Assim, temos na equação do movimento

$$y = 0 + (11,3 \times 0,300) - \frac{1}{2} \times 18,0 \times 0,300^2 \Leftrightarrow y = 2,6 \text{ m}$$

Exame Nacional de 2025 - 2.ª fase

- * 2.4. A eficiência da eletrólise também pode aumentar com a utilização de um agitador magnético. Este aparelho inclui uma barra magnética que gira dentro da solução, agitando-a.

A Figura 3 representa um agitador com a barra magnética, de comprimento ℓ , mergulhada na solução.



Considere que a barra magnética gira a 600 rotações por minuto e que o ponto P, situado na extremidade da barra, tem velocidade de módulo $0,628 \text{ m s}^{-1}$ e descreve uma trajetória circular de raio $\frac{\ell}{2}$.

Calcule o comprimento da barra magnética.

Apresente todos os cálculos efetuados.

*** 2.4.**

Etapas de raciocínio de resolução do item.

I) Como devemos determinar o comprimento da barra magnética, e sabendo da sua trajetória circular ser de raio $\frac{\ell}{2}$, o comprimento será o dobro. Assim, rapidamente verificamos que será utilizar a expressão que relaciona a velocidade linear com a velocidade angular e o raio.

- Cálculo do período de rotação da barra magnética (0,1000 s)

De forma a obtermos a velocidade angular, é necessário saber o período. Portanto,

$$\frac{600 \text{ rotações}}{60 \text{ segundos}} = \frac{1 \text{ rotação}}{T} \Leftrightarrow T = 0,1000 \text{ s}$$

- Cálculo da velocidade angular da barra magnética ($62,83 \text{ rad s}^{-1}$)

Ao saber o período de rotação, tem-se

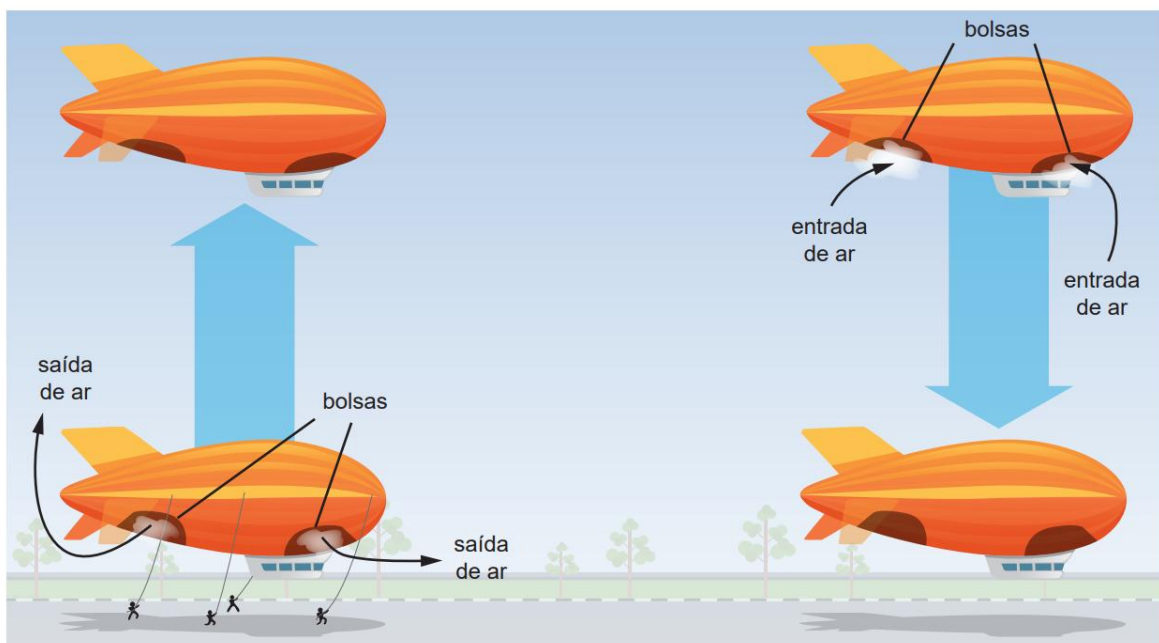
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \omega = \frac{2\pi}{0,1000} \Leftrightarrow \omega = 62,83 \text{ rad s}^{-1}$$

- Cálculo do comprimento da barra magnética ($2,00 \times 10^{-2} \text{ m}$)

Ao saber a velocidade angular calculada e a velocidade linear que é fornecida no enunciado, e ao considerarmos que r é $\frac{\ell}{2}$ tem-se

$$v = \omega r \quad 0,628 = 62,83 \times \frac{\ell}{2} \Leftrightarrow \ell = 2,00 \times 10^{-2} \text{ m}$$

5. A Figura 7 apresenta um esquema simplificado de um dirigível, cheio de hélio, no seu movimento de subida e de descida. Para o fazer subir ou descer, é bombeado ar atmosférico, mais denso que o hélio, para fora ou para dentro de bolsas que se encontram no seu interior. Desta forma, varia a massa total do dirigível, mas, como o seu volume se mantém constante, a força de ascensão que nele atua, designada por impulsão, $\vec{I}$, permanece constante durante todo o movimento.



Considere que o dirigível pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e que a resistência do ar é desprezável.

5.1. Considere que o dirigível, inicialmente em repouso a 10 m do solo, sobe verticalmente até aos 210 m em 40,4 s, com aceleração constante.

5.1.1. Qual das opções seguintes pode representar equações do movimento do dirigível expressas em unidades do SI?

(A) $y(t) = 10 + \frac{g}{80} t^2$ $v(t) = -\frac{g}{40} t$

(B) $y(t) = 10 - \frac{g}{2} t^2$ $v(t) = -g t$

(C) $y(t) = 10 + \frac{g}{80} t^2$ $v(t) = +\frac{g}{40} t$

(D) $y(t) = 10 - \frac{g}{2} t^2$ $v(t) = +g t$

5.1.1. Versão 1 – (C);

O dirigível parte do repouso, ou seja, a sua velocidade é nula. Ele possui aceleração constante. Deste modo, ao seguir as equações do movimento, a sua aceleração é positiva e não nula em ambas as equações, pelo que só resta a opção onde os sinais da aceleração são positivos em ambas as equações.

*** 5.2.** Numa outra situação, o dirigível sobe na vertical, com aceleração de módulo $0,10 \text{ m s}^{-2}$ e massa m constante.

Determine a massa de ar atmosférico, m_{ar} , em função da massa do dirigível, m , que é preciso introduzir nas bolsas do dirigível para que este passe a descer com uma aceleração de módulo $0,10 \text{ m s}^{-2}$.

Apresente todos os cálculos efetuados.

*** 5.2.**

- Obtenção das expressões que relacionam I , P e F_R , na subida e na descida

Através do enunciado, atuam no dirigível duas forças de sentidos opostos: impulsão, $\vec{I}$, para cima e peso, $\vec{P}$, para baixo, num referencial de baixo para cima. A **intensidade da força de impulsão é constante durante todo o movimento**.

Durante a sua subida, em termos de intensidade, $I > P$.

Durante a descida, em termos de intensidade, $P > I$.

Assim, ao analisar a intensidade das resultantes das forças, tem-se

Na subida: $F_R = I - P$

Na descida: $F_R = P - I$

- Obtenção de expressão comum e determinação da massa de ar atmosférico, , em função da massa m do dirigível ($m_{\text{ar}} = 0,021 m$)

Para fazer o dirigível subir ou descer, é bombeado ar atmosférico para fora ou para dentro de bolsas que se encontram no seu interior, variando a sua massa total.

Ou seja, através do enunciado, a sua massa total na subida é constante: m . Para a descida, como existe agora ar atmosférico adicionado, será $m + m_{\text{ar}}$.

Como o valor de I é constante, seja na subida ou na descida, podemos igualar o I .

Na subida: $F_R = I - P \Leftrightarrow I = F_R + P \Leftrightarrow I = ma + mg$

Na descida: $F_R = P - I \Leftrightarrow I = P - F_R \Leftrightarrow I = (m + m_{ar})g - (m + m_{ar})a$

Ao igualarmos as expressões, tem-se

$$ma + mg = (m + m_{ar})g - (m + m_{ar})a \Leftrightarrow m(a + g) = (m + m_{ar})(g - a) \Leftrightarrow$$

$$(9,80 + 0,10)m = (m + m_{ar})(9,80 - 0,10) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9,90m = 9,70m + 9,70m_{ar} \Leftrightarrow 9,70m_{ar} = 0,20m \Leftrightarrow m_{ar} = 0,021m$$

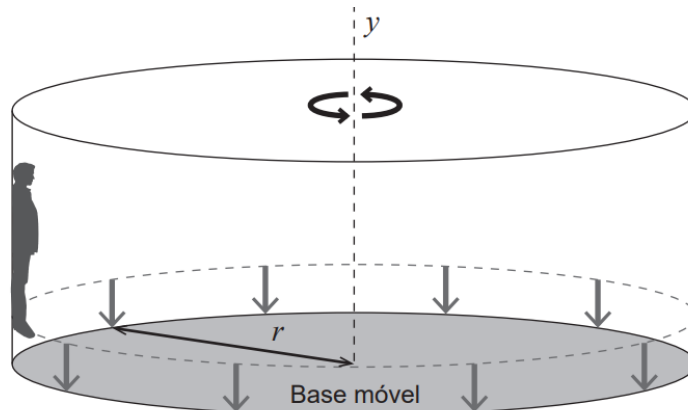
Observe que **não podemos igualar as intensidades das resultantes das forças**, visto que a massa total será diferente na subida e na descida, levando a diferentes valores de F_R .

Exame Nacional de 2025 - 1.ª fase

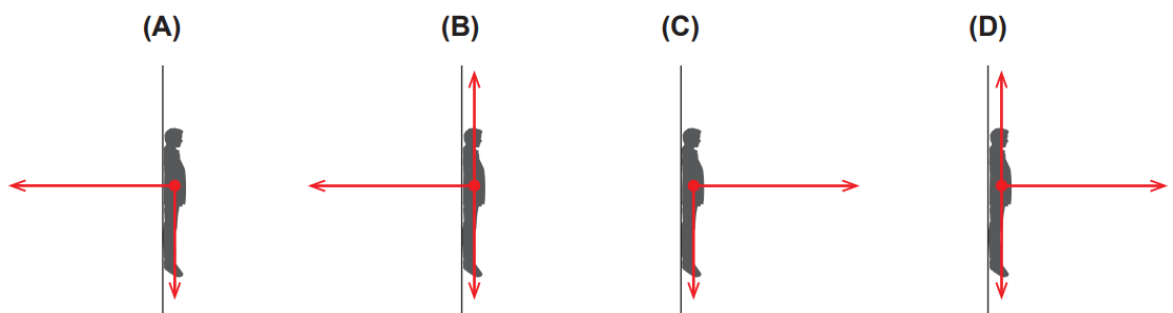
1. Num museu de ciência, há um módulo interativo, constituído por um cilindro com uma base móvel, que permite aos utilizadores experienciarem acelerações de módulo superior ao da aceleração gravítica à superfície da Terra, g .

A Figura 1 representa o módulo interativo com um utilizador encostado à parede interior do cilindro. O cilindro, de raio r , inicia a rotação em torno do eixo central e vertical, y , até atingir a velocidade angular pretendida; nesse instante, a base móvel desce, mas o utilizador permanece encostado à parede interior rugosa, sem cair, devido à força de atrito.

Admita que o utilizador pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).



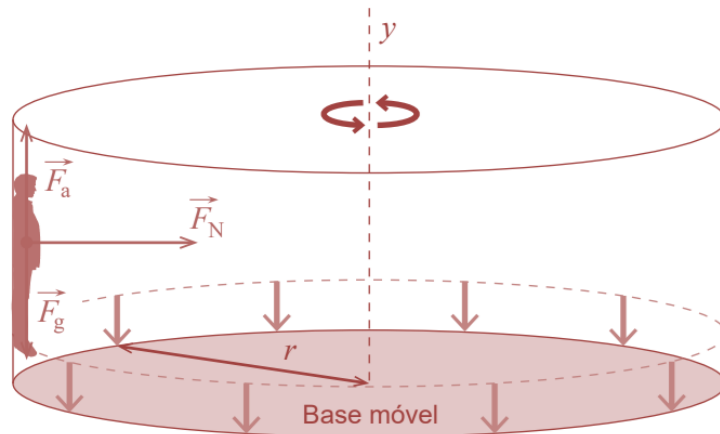
- 1.2. Considere um intervalo de tempo, durante a realização da experiência, em que o movimento do utilizador é circular e uniforme.
- 1.2.1. Qual dos diagramas pode representar, na mesma escala, as forças que atuam no utilizador, num instante após a descida da base móvel?



★ 1.2.1. Versão 1 – (D);

Através do texto, obtemos algumas informações. Como estamos a mencionar o instante após a descida da plataforma, e sabendo que o utilizador não cai, devido à força de atrito, automaticamente podemos isolar as duas opções que representam tanto a força gravítica, bem como a força de atrito, $\vec{F}_g$ e $\vec{F}_a$, respetivamente.

A grande questão aqui é relativamente à força na direção horizontal. Como o movimento do utilizador é circular e uniforme, possui uma velocidade angular constante, pelo que possui uma aceleração centrípeta, já que $a_c = \omega^2 r$. Assim, existe uma força centrípeta que atua no utilizador com sentido para o centro do módulo interativo. Esta força centrípeta será uma força normal, $\vec{F}_N$, da parede que atua no utilizador.



1.2.2. Qual das expressões seguintes permite calcular o módulo da velocidade angular do cilindro, de modo a transmitir ao utilizador uma aceleração centrípeta três vezes superior a g ?

(A) $\sqrt{\frac{3g}{r}}$

(B) $3\sqrt{\frac{g}{r}}$

(C) $\sqrt{3gr}$

(D) $3\sqrt{gr}$

★ 1.2.2. Versão 1 – (A); Versão 2 – (C)

Através do formulário, temos $a_c = \frac{v^2}{r}$ e $v = \omega r$, pelo que resulta $a_c = \omega^2 r$. Assim, temos

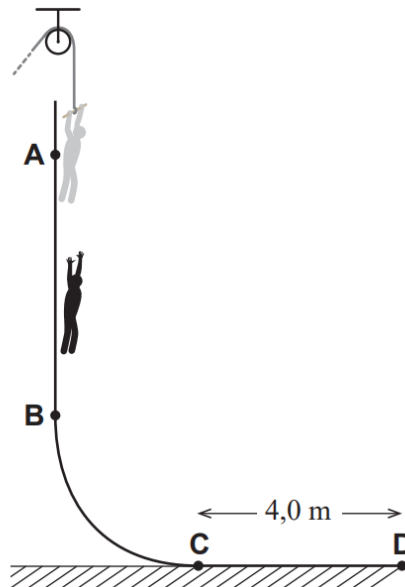
$$a_c = \omega^2 r \quad 3g = \omega^2 r \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{3g}{r}}$$

2. Outro módulo interativo, existente no museu de ciência, proporciona a um utilizador uma experiência de queda livre. A Figura 2, que não se encontra à escala, apresenta um esquema desse módulo.

A experiência começa quando o utilizador larga o cabo na posição **A**, a 8,0 m do solo, com velocidade inicial nula, caindo até à posição **B** sem contacto com a rampa.

Ao passar na posição **B**, o utilizador inicia o contacto com a rampa, com atrito significativo.

Entre as posições **C** e **D**, o utilizador percorre 4,0 m, com aceleração constante de módulo $\frac{g}{2}$, parando na posição **D**.



Considere o solo como nível de referência da energia potencial gravítica.

Admita que o utilizador pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e que, entre as posições **A** e **B**, o utilizador está em queda livre.

* 2.1. Entre as posições **A** e **B**, atua no utilizador

- (A) apenas uma força, e o tempo de queda depende da sua massa.
- (B) apenas uma força, e o tempo de queda não depende da sua massa.
- (C) mais do que uma força, e o tempo de queda depende da sua massa.
- (D) mais do que uma força, e o tempo de queda não depende da sua massa.

* 2.1. Versão 1 – (B);

Como o utilizador está em queda livre, atua no utilizador **apenas uma força**, que é a força gravítica.

A partir das equações do movimento, tem-se $y = \frac{1}{2}at^2$, pelo que $t = \sqrt{\frac{2y}{a}}$, ou seja, **o tempo de queda não depende da sua massa**, mas sim da posição final do utilizador e da sua aceleração.

* 2.2. Determine a percentagem de energia mecânica do utilizador, de massa m , dissipada entre as posições **B** e **C**.

Apresente todos os cálculos efetuados.

- Cálculo da energia mecânica do utilizador na posição **B** ($8,0 m g$)

Como o utilizador está em queda livre, há conservação da energia mecânica, pelo que $E_{m_A} = E_{m_B}$.

Assim, a energia mecânica em A é igual a $E_{pg} = m g h = 8,0 m g$, que é igual à energia mecânica em B.

- Cálculo da energia mecânica do utilizador na posição **C** ($2,0 m g$)

Existem, pelo menos, dois processos de resolução possíveis para a segunda etapa.

1.º Processo – Equações de movimento

Como a posição C encontra-se no solo, há somente energia cinética associada ao utilizador.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{e} \quad v = v_0 + a t$$

$$4,0 = v_0 t - \frac{1}{2} \times \frac{g}{2} t^2 \quad ; \quad v_0 = -a t \Rightarrow t = \frac{v_0}{\frac{g}{2}} \Leftrightarrow \boxed{t = \frac{2v_0}{g}} \Rightarrow 4,0 = \frac{2v_0^2}{g} - \frac{g}{4} \times \frac{4v_0^2}{g^2} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{g = 9,80 \text{ m s}^{-2}}$$

$$\Leftrightarrow v_0 = 6,26 \text{ m s}^{-1} \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \times m \times 6,26^2 = 19,6 \text{ m} = 2,0 \text{ m g J}$$

2.º Processo – Trabalho da resultante das forças

Nesta etapa, utilizaremos o módulo da aceleração gravítica da $\vec{F}_R$.

$$W_{\vec{F}_R} = \Delta E_c \quad F d \cos \theta = m a d \cos \theta = \Delta E_c \Leftrightarrow m \times \frac{g}{2} \times 4,0 \times \cos 180^\circ = \Delta E_c \Leftrightarrow \Delta E_c = -2,0 \text{ m g J} \\ \Rightarrow E_{c_c} = 2,0 \text{ m g J}$$

- Cálculo da percentagem de energia mecânica do utilizador dissipada entre as posições **B** e **C** (75 %)

Assim, foi dissipada uma energia de 6,0 m g J, ou seja, $\frac{6,0 \text{ m g}}{8,0 \text{ m g}} \times 100\% = 75\%$ da E_m inicial.

Exame Nacional de 2024 - Época Especial

7. Uma gota de água, com um volume de $4,2 \times 10^{-3} \text{ cm}^3$, cai verticalmente de uma nuvem que se encontra a 1700 m do solo, sofrendo a ação do peso e da resistência do ar, acabando por atingir uma velocidade terminal de módulo $7,0 \text{ m s}^{-1}$.

Considere que, nas condições verificadas durante a queda, a massa volúmica da água é $1,0 \text{ g cm}^{-3}$ e que a gota de água pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

7.1. O movimento da gota de água, antes e depois de atingir a velocidade terminal, é, respetivamente,

- (A) uniformemente acelerado e uniforme.
- (B) acelerado e uniforme.
- (C) uniformemente acelerado e retardado.
- (D) acelerado e retardado.

7.1. (B)

Durante a queda vertical, a gota de água está submetida à ação da força gravítica, constante de sentido descendente, e da resistência do ar, ascendente, de módulo variável, pois aumenta com o aumento de velocidade até atingir a intensidade da força gravítica. Assim, até atingir a velocidade terminal, o movimento da gota de água é acelerado, pois a resultante das forças tem sentido descendente e é variável (diminui). Após atingir a velocidade terminal, a resultante das forças é nula e, conseqüentemente, a gota adquire movimento uniforme, o que está de acordo com a opção (B).

* 7.2. No instante em que a gota de água atinge a velocidade terminal, a resistência do ar tem

- (A) sentido de cima para baixo e intensidade $4,1 \times 10^{-5} \text{ N}$.
- (B) sentido de cima para baixo e intensidade $4,2 \times 10^{-3} \text{ N}$.
- (C) sentido de baixo para cima e intensidade $4,2 \times 10^{-3} \text{ N}$.
- (D) sentido de baixo para cima e intensidade $4,1 \times 10^{-5} \text{ N}$.

7.2. (D)

A resistência do ar tem sentido oposto ao do movimento, isto é, o sentido ascendente, de baixo para cima, o que elimina as opções (A) e (B).

A velocidade terminal é atingida quando a força de resistência do ar tem a mesma intensidade da força gravítica.

Assim,

$$R_{\text{ar}} = F_g \Leftrightarrow R_{\text{ar}} = mg$$

Como $m = \rho V$, então $R_{\text{ar}} = \rho V g \Rightarrow R_{\text{ar}} = 1,0 \times 10^3 \times 4,2 \times 10^{-9} \times 9,8 = 4,1 \times 10^{-5} \text{ N}$.

A opção correta é a (D).

9. Na Figura 4, representa-se uma praia a partir da qual um indivíduo observa o pôr do sol.

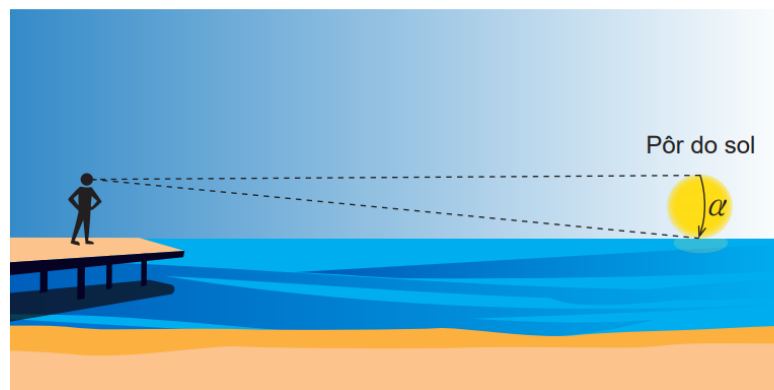


Figura 4

9.1. O tamanho aparente do Sol pode ser quantificado por um ângulo representado por α na Figura 4.

Considere que o disco solar tem um tamanho aparente, α , de $9,25 \times 10^{-3} \text{ rad}$ e que a Terra efetua uma rotação completa em 24 horas com velocidade angular constante.

Qual das expressões seguintes permite calcular, em segundos, o tempo que, em média, decorre desde que o Sol «toca» o horizonte até «desaparecer» completamente?

- | | |
|--|--|
| (A) $\frac{2\pi}{24 \times 3600 \times 9,25 \times 10^{-3}}$ | (B) $\frac{24 \times 3600 \times 9,25 \times 10^{-3}}{2\pi}$ |
| (C) $\frac{24 \times 3600}{2\pi \times 9,25 \times 10^{-3}}$ | (D) $\frac{2\pi \times 9,25 \times 10^{-3}}{24 \times 3600}$ |

9.1. (B)

O movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo é circular uniforme, com um período de 24 h .

Como $\omega = \frac{2\pi}{T}$, então a velocidade angular da Terra é:

$$\omega = \frac{2\pi}{24 \times 3600} \text{ rad s}^{-1}$$

O tempo, Δt , que o Sol demora, em média, desde que toca no horizonte até que desaparece completamente, em que a Terra descreve o ângulo α , é:

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} \Rightarrow \Delta t = \frac{24 \times 3600 \times 9,25 \times 10^3}{2\pi}$$

A opção correta é a (B).

Exame Nacional de 2024 - 2.ª Fase

2. Na Figura 2, que não está à escala, está representado o movimento do Telescópio Espacial James Webb (JWST) em torno do Sol, numa região exterior à órbita da Terra. A localização nesta região particular permite que o telescópio acompanhe a Terra no seu movimento de translação.

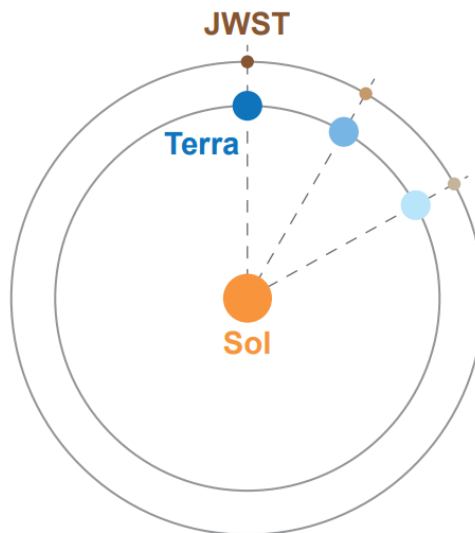
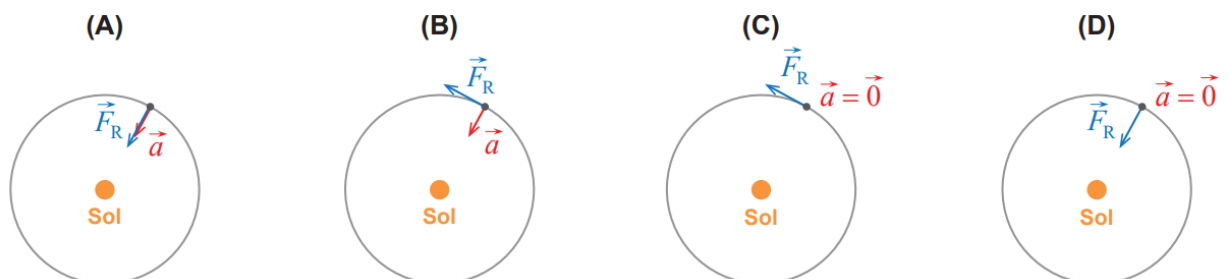


Figura 2

Considere que a Terra e o JWST realizam órbitas circulares em torno do Sol e que podem ser representados pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

- * 2.1. Qual dos diagramas seguintes, que não se encontram à escala, pode representar a resultante das forças, $\vec{F}_R$, que atuam na Terra e a aceleração, $\vec{a}$, da Terra durante o seu movimento em torno do Sol?



*** 2.1. Versão 1 – (A);**

O vetor aceleração tem o mesmo sentido que o vetor da força resultante, pois $\vec{F} = m \vec{a}$, pelo que se determina a opção escolhida. Ao mesmo tempo, sabe-se que atua a força gravítica na Terra com sentido ao Sol. Lembre-se que devido à velocidade linear da Terra, ela descreve a trajetória circular ao redor do Sol, mesmo que a força resultante tenha sentido para o Sol.

*** 2.2. Determine o período de translação do JWST, em dias, tendo em conta o efeito da ação conjunta das forças gravíticas exercidas pelo Sol e pela Terra no telescópio.**

Considere que:

- a massa do JWST é 6200 kg;
- a massa da Terra é $5,97 \times 10^{24}$ kg;
- o módulo da força gravítica que o Sol exerce no JWST é 36,03 N;
- a distância entre o Sol e a Terra é $1,496 \times 10^{11}$ m;
- a distância entre o JWST e a Terra é $1,50 \times 10^9$ m.

Apresente todos os cálculos efetuados.

*** 2.2. • Calcula a intensidade da força de atração gravitacional entre a Terra e o JWST (1,097 N)**

$$F_g = G \frac{6200 \times 5,97 \times 10^{24}}{(1,50 \times 10^9)^2} \Leftrightarrow F_g = 1,097 \text{ N}$$

- Calcula a intensidade da resultante das forças de atração gravitacional aplicadas no JWST (37,13 N)

Como o módulo da força gravítica que o Sol exerce no JWST é 36,03 N, a intensidade da resultante das forças gravíticas aplicadas no JWST é de $1,097 + 36,03 = 37,13$ N, já que o conjunto JWST + Terra + Sol estão no mesmo eixo, fazendo com que a intensidade da resultante das forças de atração gravitacional sejam somadas.

- Calcula o período de translação do JWST (365 dias)

Seja $F_R = ma$ e $a_c = \omega^2 r$, tem-se

$$a_c = \frac{F_R}{m} \quad a_c = \frac{37,13}{6200} \Leftrightarrow a_c = 5,989 \times 10^{-3} \text{ m s}^{-2}$$

$$\text{Logo, } 5,989 \times 10^{-3} = \omega^2 \times (1,50 \times 10^9 + 1,496 \times 10^{11}) \Leftrightarrow \omega = 1,991 \times 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{1,991 \times 10^{-7}} \Leftrightarrow T = 3,156 \times 10^7 \text{ s}$$

Como um dia é igual a $\underbrace{60}_{\text{s}} \times \underbrace{60}_{\text{min}} \times \underbrace{24}_{\text{h}} = 8,64 \times 10^4 \text{ s}$, tem-se

$$T = \frac{3,156 \times 10^7}{8,64 \times 10^4} \Leftrightarrow T = 365 \text{ dias}$$

4. Um automóvel, de massa 1000 kg, encontra-se parado junto a um semáforo.

No instante em que o automóvel inicia o seu movimento, é ultrapassado por uma moto, de massa 150 kg, que se move, na mesma direção e no mesmo sentido, com velocidade constante de módulo 10 m s^{-1} , que mantém ao longo de todo o percurso em análise.

Considere que a trajetória descrita por ambos os veículos é retilínea e horizontal e que estes podem ser representados pelo seu centro de massa, segundo o modelo da partícula material.

A Figura 4 apresenta o gráfico do módulo da velocidade do automóvel em função do tempo.

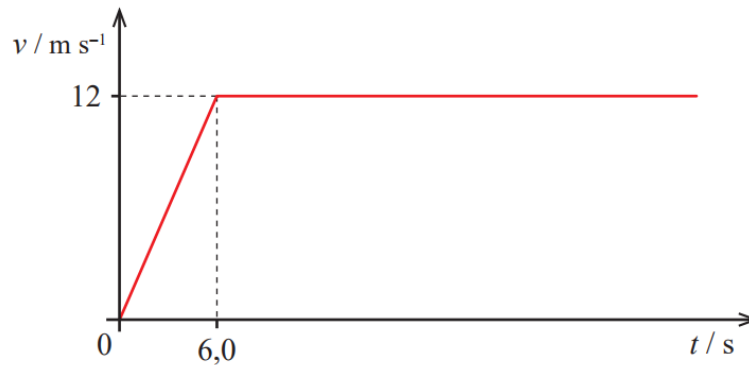


Figura 4

*** 4.2.** Determine a distância percorrida pelos dois veículos até se encontrarem novamente.

Apresente todos os cálculos efetuados.

*** 4.2.** **Etapas de raciocínio de resolução do item.**

I) Como somente o automóvel que possui uma aceleração inicial, percebe-se que é necessário determinar a distância percorrida nos primeiros seis segundos. Após, a utilizar as equações de movimento, determinar o momento de encontro e, consequentemente, a distância percorrida.

- Calcula a distância percorrida pelo automóvel nos primeiros 6 s de movimento (36,0 m)

A calcular a área do gráfico nos primeiros 6 s obtém-se a distância percorrida pelo automóvel nesse intervalo de tempo.

$$A = \frac{B \times h}{2} \quad A = \frac{12 \times 6,0}{2} \Leftrightarrow d = 36,0 \text{ m}$$

- Calcula o instante em que o carro e a mota se voltam a encontrar (18,0 s ou 12,0 s após o instante $t = 6,0$ s)

Observa-se que a mota percorreu $6,0 \times 10 = 60,0$ m desde o início do movimento do automóvel até aos 6,0 s.

As equações do movimento dos veículos são

$$x_A = 36,0 + 12 \times t \text{ e } x_M = 60,0 + 10 \times t$$

Ao igualar as equações ($x_A = x_M$) e ao resolver a equação, sabe-se que $t = 12,0$ s, ou seja, encontram-se 12,0 s após o início do movimento do automóvel, logo, 18,0 s no total.

- Calcula a distância percorrida pelos dois veículos até se encontrarem novamente ($1,8 \times 10^2$ m)

Ao utilizar uma das equações de movimento acima, obtém-se

$$x_A = 36,0 + 12 \times 12,0 \Leftrightarrow x_A = x_M = 1,8 \times 10^2 \text{ m}$$

4.3. O instante em que o automóvel e a mota apresentam igual velocidade ocorre

- (A) antes dos 6,0 s, tendo os dois veículos a mesma energia cinética.
- (B) após os 6,0 s, tendo os dois veículos a mesma energia cinética.
- (C) antes dos 6,0 s, tendo os dois veículos diferente energia cinética.
- (D) após os 6,0 s, tendo os dois veículos diferente energia cinética.

4.3. Versão 1 – (C);

O automóvel atinge a velocidade de 12 m s^{-1} aos 6,0 s, pelo que deve, necessariamente, ter ultrapassado 10 m s^{-1} **antes dos 6,0 s**.

Na sua velocidade final, a energia cinética do automóvel é de $\frac{1}{2} \times 1000 \times 12^2 = 7,20 \times 10^4 \text{ J}$.

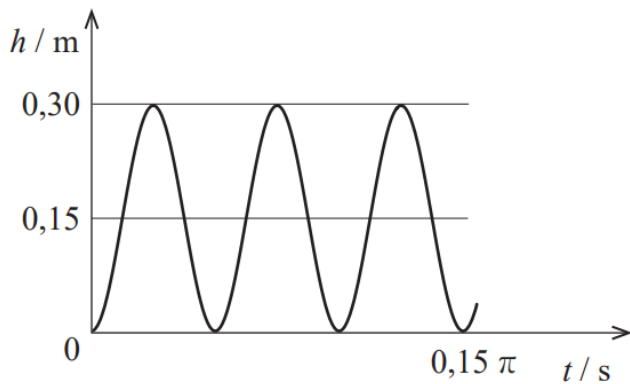
Para a mota, tem-se $\frac{1}{2} \times 150 \times 10^2 = 2,50 \times 10^4 \text{ J}$

Logo, os **dois veículos têm diferentes valores de energia cinética**.

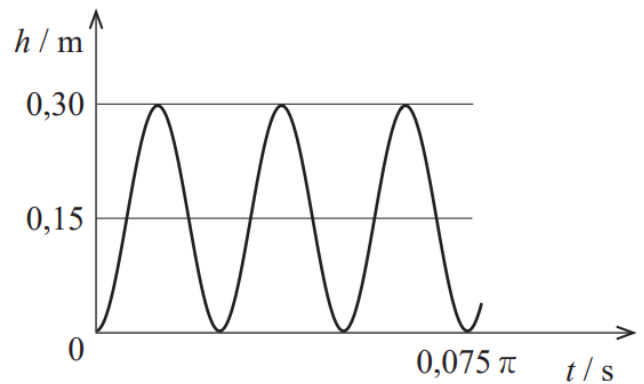
4.4. Considere um ponto X localizado na periferia de uma roda do automóvel, de raio 30 cm, que contacta com o solo, sem deslizar, quando o automóvel se desloca a uma velocidade constante, de módulo 12 m s^{-1} .

Qual é o gráfico que pode representar a altura, h , do ponto X em relação ao solo, em função do tempo, t ?

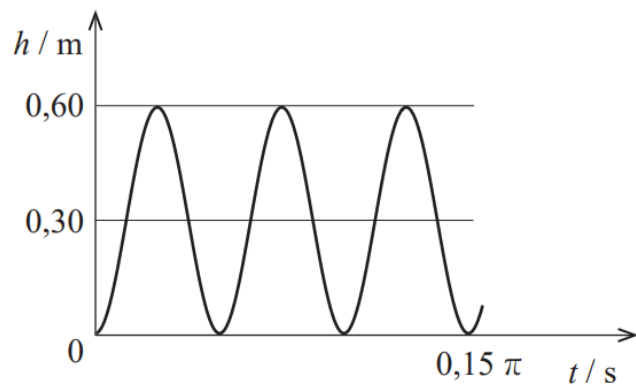
(A)



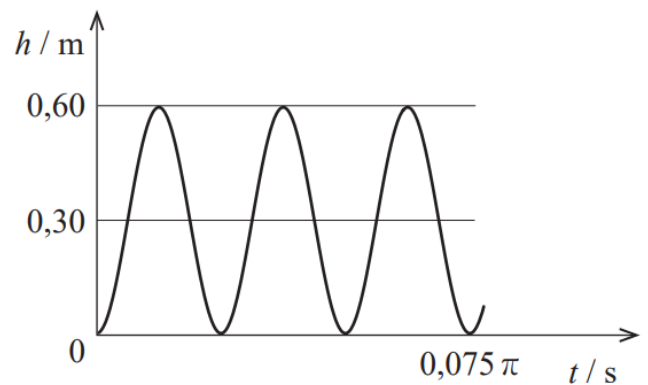
(B)



(C)



(D)



4.4. Versão 1 – (C);

Nos diferentes gráficos, o ponto de máxima distância do ponto X do solo é de 0,60 m, ou seja, o diâmetro da roda. Basta determinar o valor indicado no eixo do tempo, pelo que é necessário determinar o período em uma volta da roda.

$$\text{Como } v = \omega r \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ tem-se } v = \frac{2\pi}{T} r \Leftrightarrow T = \frac{2\pi r}{v} \quad T = \frac{2\pi}{12} \times 0,30 \Leftrightarrow T = 0,0500\pi \text{ s}$$

Portanto, na imagem estão representados três períodos, pelo que se tem $0,15\pi \text{ s}$

Na Figura 1, representa-se um esquema da roda, bem como um esquema do gráfico representado.

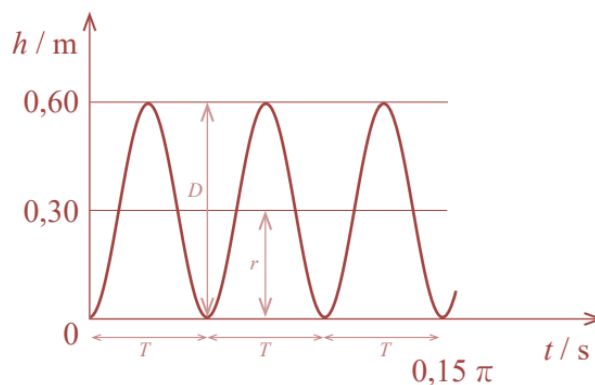


Figura 1

Exame Nacional de 2024 - 1.^a Fase

1. As medalhas atribuídas nos Jogos Olímpicos de Tóquio, que decorreram em 2021, foram totalmente produzidas a partir de material reciclado de equipamentos eletrónicos.

A Figura 1 apresenta a massa de cada medalha, de ouro, de prata e de bronze, e a percentagem, em massa, dos elementos que as constituem.

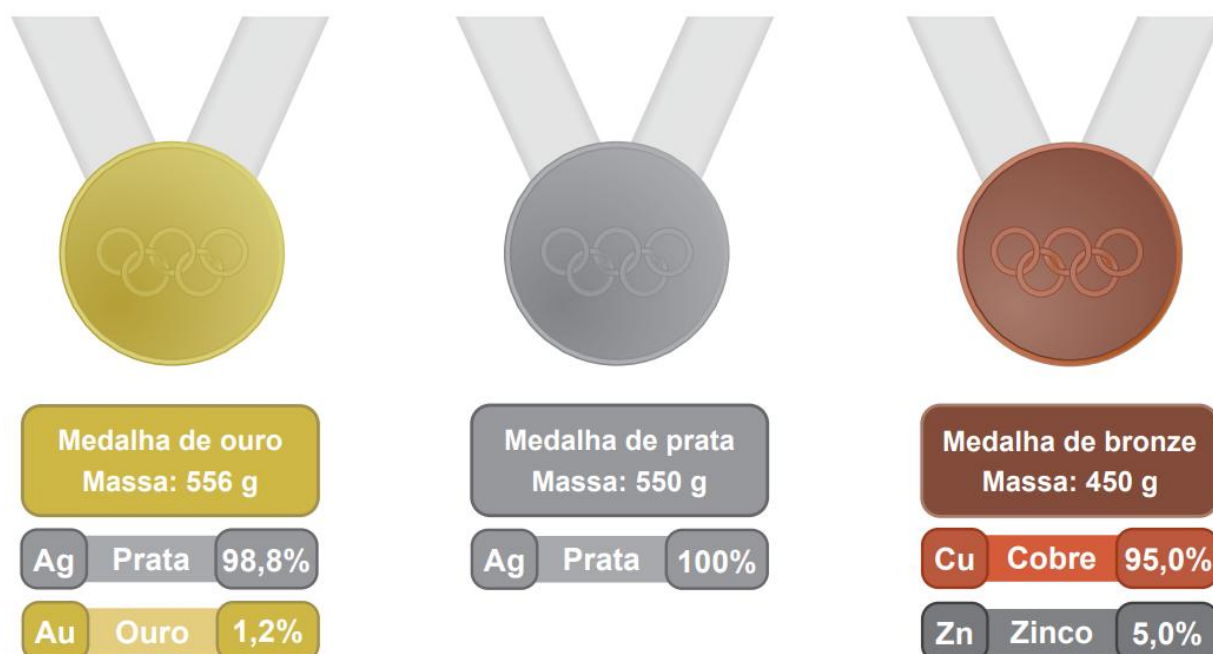


Figura 1

- * 1.1. Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço.

Escreva, na folha de respostas, cada uma das letras seguida do número que corresponde à opção selecionada.

A interação responsável pela formação de ligações químicas é de natureza a).
 Genericamente, uma interação deste tipo b).
 Nas medalhas, a ligação química ocorre c) e é designada ligação d).

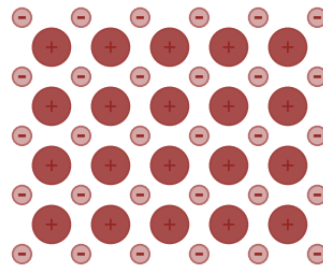
a)	b)	c)	d)
1. eletromagnética	1. apenas pode ser atrativa	1. por partilha localizada de eletrões	1. covalente
2. gravítica	2. apenas pode ser repulsiva	2. entre catiões e aniões	2. metálica
3. nuclear	3. pode ser atrativa ou repulsiva	3. entre catiões e eletrões livres	3. iónica

- * 1.1. Versão 1 – (a) – (1); (b) – (3); (c) – (3); (d) – (2).
Versão 2 – (a) – (3); (b) – (2); (c) – (1); (d) – (1).

As interações responsáveis pela formação de ligações químicas são de natureza eletromagnética, já que as ligações químicas são realizadas à base da cedência, captação ou partilha de eletrões, fazendo com que a sua interação seja de natureza eletromagnética. Interações gravíticas não são responsáveis pela formação das ligações químicas, já que estão associadas a partículas com massa entre todos os corpos. As interações nucleares estão associadas ao átomo em si, por exemplo a nível dos *quarks* e pelas partículas por eles formadas.

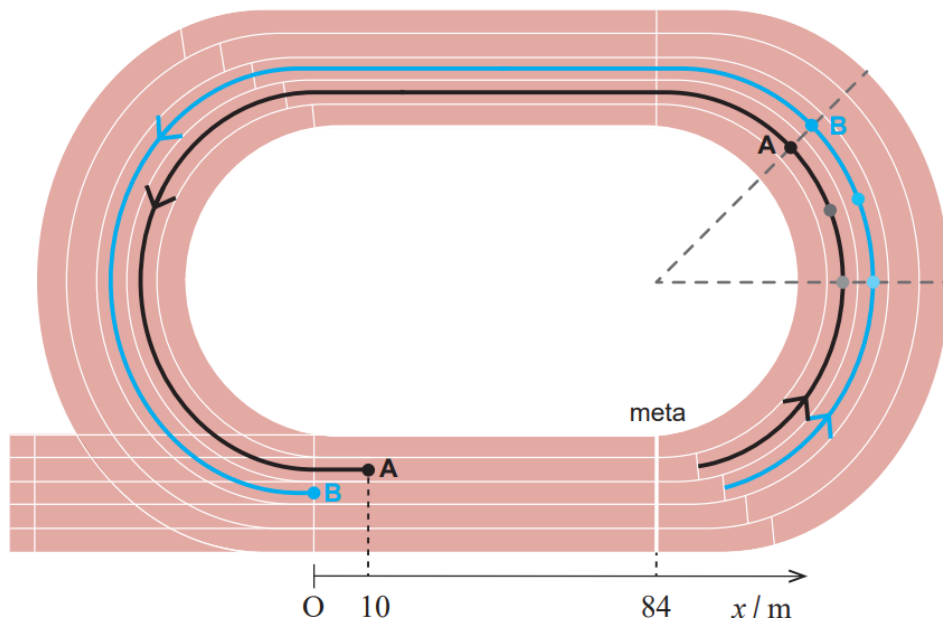
Essas interações eletromagnéticas podem ser tanto atrativas ou repulsivas, como podemos ver em diferentes ligações químicas.

Nas medalhas, existem ligações metálicas, que são dadas pela partilha **deslocalizada** de eletrões, entre catiões e eletrões livres, num “mar de eletrões”.



3. A Figura 2, que não está à escala, representa uma pista de atletismo onde dois atletas, A e B, realizam uma corrida de treino para uma prova de 400 metros planos.

Considere que os atletas podem ser representados pelo seu centro de massa, segundo o modelo da partícula material.



- 3.1. Considere o troço curvilíneo da pista destacado no lado direito da Figura 2, em que os atletas se mantêm lado a lado, descrevendo arcos de circunferência de raios diferentes com movimento circular uniforme.

Nesse troço, a intensidade da resultante das forças que atuam em cada um dos atletas é

- (A) zero, e os módulos das velocidades de ambos são iguais.
- (B) zero, e os módulos das velocidades angulares de ambos são iguais.
- (C) diferente de zero, e os módulos das velocidades de ambos são iguais.
- (D) diferente de zero, e os módulos das velocidades angulares de ambos são iguais.

3.1. Versão 1 – (D);

O movimento de ambos os atletas é circular uniforme, pelo que a intensidade da resultante das forças tangenciais ao movimento dos atletas é nula. Ao mesmo tempo, a força gravítica e a força de reação normal anulam-se. Como os atletas descrevem um movimento circular, a intensidade da resultante das forças é não nula, pois está a ser aplicada força centrípeta nos atletas, como esquematizado na Figura 2.

Como os dois atletas correm lado a lado, eles percorrem o mesmo número de graus na trajetória circular, pelo que a sua velocidade angular é igual. Como possuem raios diferentes na corrida, os módulos das suas velocidades serão diferentes, pois $v = \omega r$.

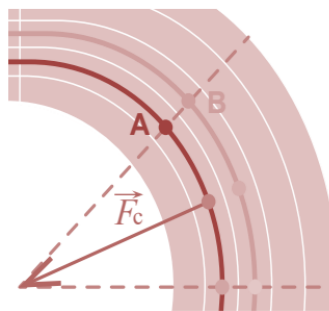


Figura 2

- * 3.2. Quando o atleta B entra na reta da meta, a 84 m desta, o atleta A encontra-se 10 m à sua frente, tal como esquematizado na Figura 2.

Considere que, nesse instante, os módulos das velocidades dos dois atletas são $6,5 \text{ m s}^{-1}$ e que, até chegar à meta, o atleta A mantém um movimento retilíneo e uniforme, enquanto o atleta B se movimenta retilineamente com uma aceleração constante de módulo $0,10 \text{ m s}^{-2}$.

Considere o referencial Ox representado na Figura 2.

Justifique que o atleta A vence a corrida.

Na sua resposta, comece por apresentar as equações do movimento dos dois atletas e apresente todos os cálculos efetuados.

*** 3.2.** • Apresentação das equações de movimento

Sabe-se que $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

Como o atleta A está num movimento retilíneo uniforme, a sua velocidade é constante. O atleta B, por outro lado, está a acelerar. As suas equações de velocidade são, portanto,

$$x_A = 10 + 6,5t \text{ e } x_B = 6,5t + \frac{1}{2} 0,10 t^2$$

- o atleta A chega à meta [no instante 11,4 s,] quando o atleta B se encontra na posição 80,6 m;

Para esta etapa, existem múltiplas formas de resolução. No nosso caso, vamos determinar em quanto tempo o atleta A atinge a meta e iremos determinar a posição do atleta B nesse instante.

$$84 = 10 + 6,5t \Leftrightarrow t_A = 11,4 \text{ s}$$

Agora, o atleta B nesse instante estará na posição

$$x_B = 6,5 \times 11,4 + 0,050 \times 11,4 \Leftrightarrow x_B = 80,6 \text{ m}$$

Deste modo, o atleta A vence a corrida, pois demora menos tempo a chegar à meta (quando o atleta A atinge a meta, ainda faltam alguns metros para o atleta B atingir a meta).

7. Um atleta, com 70 kg, efetua pequenos saltos verticais durante o treino.

A Figura 5, que não está à escala, representa esquematicamente um salto vertical desse atleta. Este inicia o movimento a partir do repouso (instante t_0), perde o contacto com o solo (instante t_1), atinge a altura máxima (instante t_2) e volta ao contacto com o solo (instante t_3).

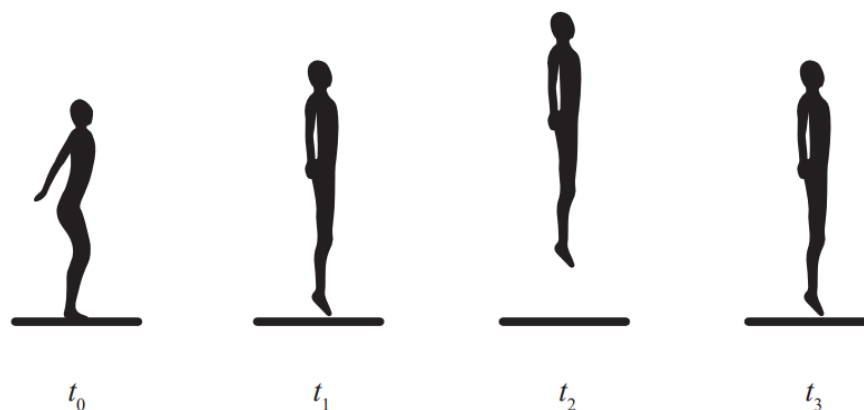


Figura 5

Considere que:

- o atleta pode ser representado pelo seu centro de massa, segundo o modelo da partícula material;
- a resistência do ar é desprezável;
- entre os instantes t_0 e t_1 , decorrem 0,20 s e, entre os instantes t_1 e t_2 , decorrem 0,15 s.

*** 7.1.** Determine a intensidade da força de reação que, em média, o solo exerce no atleta entre os instantes t_0 e t_1 .

Apresente todos os cálculos efetuados.

* 7.1.

Etapas de raciocínio de resolução do item.

- I) Observe que é solicitado que se determine a intensidade da resultante das forças, pelo que já é possível assumir que será utilizado ou a expressão da segunda lei de Newton ou a utilização da expressão do trabalho para determinar este valor.
- II) Se formos considerar a segunda lei de Newton, é preciso a massa e aceleração do corpo, pelo que já se tem a massa, sendo necessário determinar a aceleração do corpo desde que iniciou o seu movimento até deixar de estar em contacto com o solo.
- III) Assim, sabendo que será preciso saber a aceleração do corpo, sabendo o tempo entre os diferentes instantes, bem como sabendo a velocidade final ou inicial num dado instante, é possível levar em consideração que será necessário utilizar as equações de velocidade.

- Cálculo do módulo da velocidade do atleta no instante t_1 [ou t_3] ($1,47 \text{ m s}^{-1}$)

Sabe-se que a força gravítica é a única força entre t_1 e t_2 , pelo que é possível determinar o módulo da velocidade no instante t_1 :

$$0 = v_0 - 9,80 \times 0,15 \Leftrightarrow v_0 = 1,47 \text{ m s}^{-1}$$

- Cálculo do módulo da aceleração média do atleta entre os instantes t_0 e t_1 ($7,35 \text{ m s}^{-2}$)

$$1,47 = 0 + a \times 0,20 \Leftrightarrow a = 7,35 \text{ m s}^{-2}$$

- Cálculo da intensidade da força de reação que, em média, o solo exerce no atleta entre os instantes t_0 e t_1 ($1,2 \times 10^3 \text{ N}$)

$$F_R = m a \quad F_R = 70 \times 7,35 \Leftrightarrow F_R = 515 \text{ N}$$

Esta intensidade calculada representa a intensidade da resultante das forças aplicadas no atleta. Ao considerar um referencial de baixo para cima, a força resultante tem sentido para cima. No entanto, ainda é preciso lembrar que atuam a força gravítica e a força normal de igual intensidade à do peso, adicionada à força exercida pelo atleta (que também tem uma reação normal). Deste modo, a intensidade da resultante das forças será dada por $F_R = N - P \Leftrightarrow N = F_R + P$. Logo, $N = 515 + 70 \times 9,80 \Leftrightarrow N = 1,2 \times 10^3 \text{ N}$

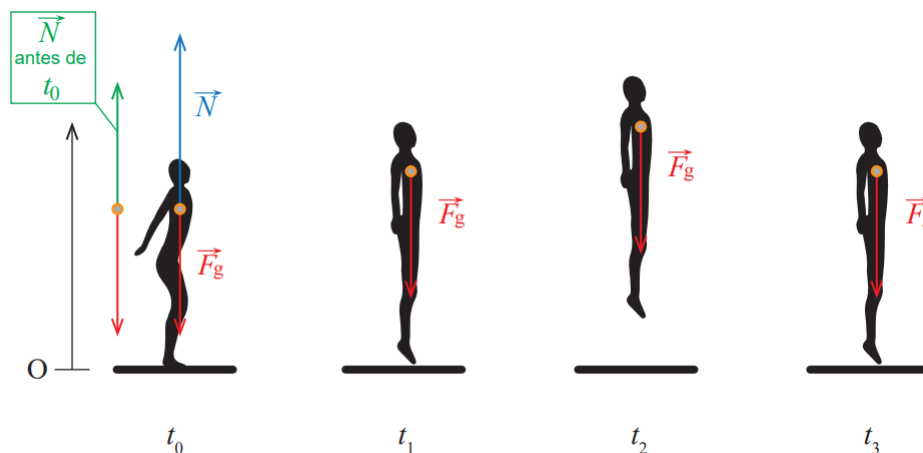


Figura 3

7.3. Considere que um astronauta realiza um salto vertical na Lua, abandonando o solo com a mesma velocidade com que um atleta o faria na Terra.

A aceleração gravítica na Lua é, aproximadamente, $\frac{1}{6}$ da aceleração gravítica na Terra.

Por comparação com o salto do atleta na Terra, na Lua, o astronauta salta

- (A) três vezes mais alto.
- (B) seis vezes mais alto.
- (C) doze vezes mais alto.
- (D) trinta e seis vezes mais alto.

7.3. Versão 1 – (B);

Sabendo que a única força que atua no astronauta é a força gravítica, tem-se

$$\sum_i W_i = \Delta E_c \quad W_{\vec{F}_g} = \Delta E_c \Leftrightarrow \Delta E_p = -\Delta E_c \Leftrightarrow mg\Delta h = -\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow g(h_f - 0) = -\frac{1}{2}(0^2 - v_i^2) \Leftrightarrow h_f = \frac{v_i^2}{2g}$$

Portanto, se a aceleração gravítica na Lua for $\frac{1}{6}$ da aceleração gravítica na Terra, a astronauta salta seis vezes mais alto. *Pode-se usar a conservação da energia mecânica neste item.*

Exame Nacional de 2023 - Época Especial

5. O tempo de reação é o intervalo de tempo entre a geração de um estímulo (visual, auditivo ou outro) e a resposta motora.

5.1. Na condução, sob o efeito de álcool, há um aumento do tempo de reação e, consequentemente, do risco de acidentes rodoviários.

Um condutor, ao observar um obstáculo na estrada, reage e coloca o pé no travão até imobilizar o veículo.

Considere $t = 0$ s o instante em que o condutor observa o obstáculo.

Na Figura 4, apresentam-se os gráficos do módulo da velocidade, v , de um condutor (sistema *veículo + condutor*), em função do tempo, t , quando estava sóbrio e quando se encontrava sob o efeito de álcool.

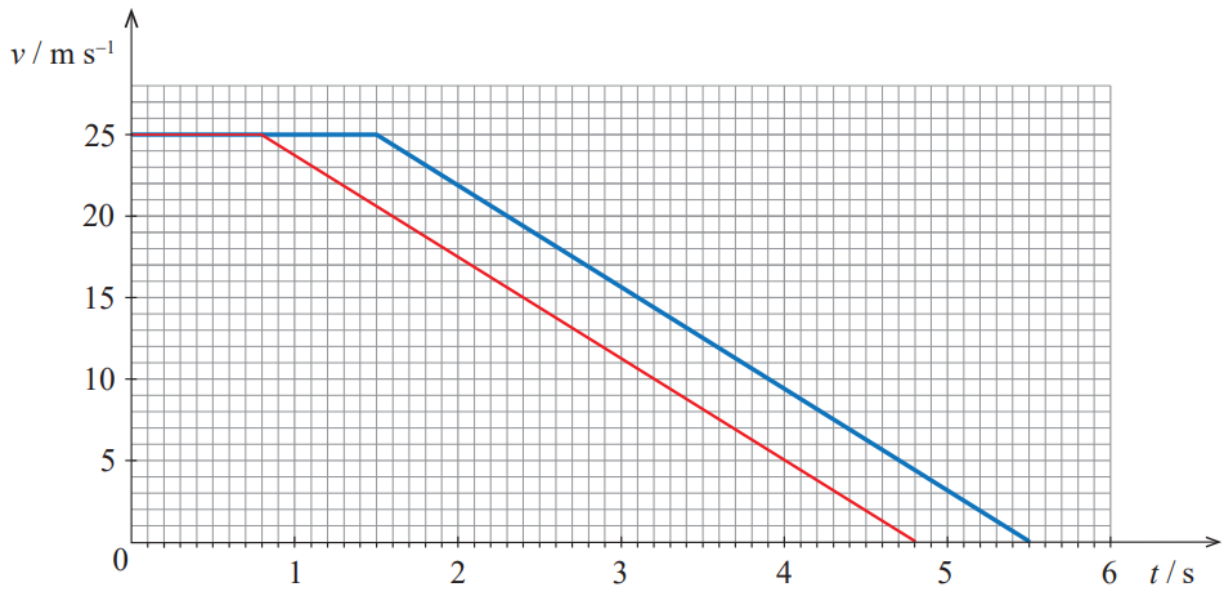


Figura 4

Sob o efeito de álcool, o condutor percorreu mais _____ do que quando estava sóbrio.

- (A) 70,0 m (B) 37,5 m (C) 17,5 m (D) 87,5 m

5.1 (C)

De acordo com a Figura 4, verifica-se que o condutor sob o efeito do álcool levou 1,5 s a reagir, e, se estivesse sóbrio, levaria 0,8 s. Assim, o intervalo de tempo entre as duas situações é

$$\Delta t = 1,5 - 0,8 = 0,7 \text{ s}$$

Como a velocidade é constante, o condutor percorreu mais

$$d = v \Delta t \Rightarrow d = 25 \times 0,7 = 17,5 \text{ m}$$

A opção correta é a (C).

- * 5.2. Considere a experiência seguinte, que permite estimar o tempo de reação de uma pessoa recorrendo unicamente a uma régua.

Uma pessoa, A, segura a extremidade superior de uma régua posicionada verticalmente, enquanto outra pessoa, B, coloca a sua mão na parte inferior da régua, na marcação 0 cm, sem a segurar.

A pessoa A larga a régua, e a pessoa B, sem alterar a posição da mão, segura-a, tal como é ilustrado na Figura 5.

Considere desprezável a resistência do ar.

Deduz a expressão matemática que permite estimar o tempo de reação da pessoa B, com base na medição a efetuar nesta experiência.

Na sua resposta, explicita o significado da grandeza que consta na expressão e que é medida nesta experiência.

Utilize uma linguagem científica adequada.

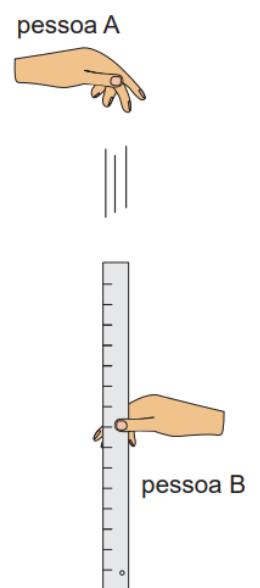


Figura 5

5.2. $\sqrt{\frac{2 \Delta y}{9,80}}$

Considerando:

Δy – distância percorrida pela régua, que é igual à diferença entre as leituras das posições final e inicial da mão da pessoa B na régua

$t_{\text{reação}}$ – tempo que demora a percorrer a distância Δy

A régua desloca-se com movimento retilíneo uniformemente acelerado, então,

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t_{\text{reação}}^2 = \frac{2 \Delta y}{g} \Leftrightarrow t_{\text{reação}} = \sqrt{\frac{2 \Delta y}{g}} \Leftrightarrow t_{\text{reação}} = \sqrt{\frac{2 \Delta y}{9,80}}$$

6. Algumas condições estruturais das vias rápidas e autoestradas contribuem para a segurança rodoviária na circulação de veículos. Nas saídas das autoestradas, constroem-se vias aproximadamente circulares para efetuar alterações de sentido e rampas de emergência para diminuir drasticamente o módulo da velocidade.

- 6.1. Numa determinada via, um automóvel realiza uma trajetória circular, de raio 85 m, como se representa na Figura 6.

Considere que o automóvel tem energia cinética constante de $2,40 \times 10^5$ J.

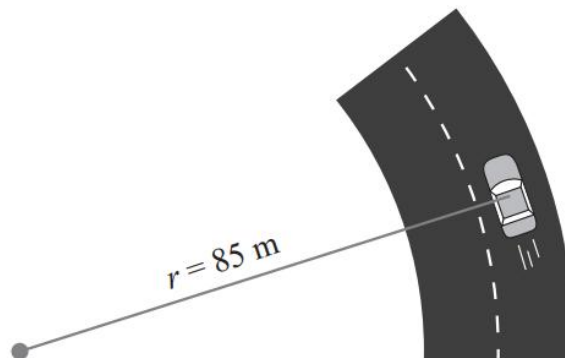


Figura 6

Qual é a intensidade da resultante das forças que atuam no automóvel, enquanto este percorre esta via?

- (A) $5,6 \times 10^3$ N
- (B) $2,8 \times 10^3$ N
- (C) $4,1 \times 10^7$ N
- (D) $2,0 \times 10^7$ N

6.1 (A)

$$r = 85 \text{ m}; E_c = 2,40 \times 10^5 \text{ J}$$

A intensidade da resultante das forças que atuam no automóvel é igual à da força centrípeta

$$F_c = m a_c$$

Dado que $a_c = \frac{v^2}{r}$

e

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Leftrightarrow v^2 = \frac{2 E_c}{m}$$

então,

$$F_c = m \frac{2 E_c}{m r} \Leftrightarrow F_c = \frac{2 E_c}{r} \Rightarrow F_c = \frac{2 \times 2,40 \times 10^5}{85} = 5,65 \times 10^3 \text{ N}$$

A opção correta é a (A).

9. Uma bola de voleibol, V, e uma bola de futebol, F, foram lançadas verticalmente, de baixo para cima, a partir da mesma posição, y_0 , com velocidades iniciais de módulos $5,0 \text{ m s}^{-1}$ e $4,0 \text{ m s}^{-1}$, respetivamente, de acordo com a Figura 11.

Admita que:

- y_0 é o nível de referência da energia potencial gravítica;
- a resistência do ar é desprezável;
- as bolas podem ser representadas pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

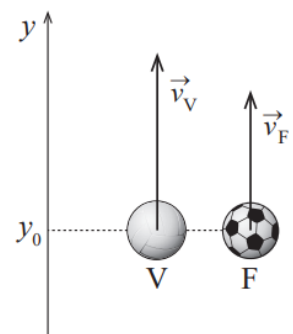
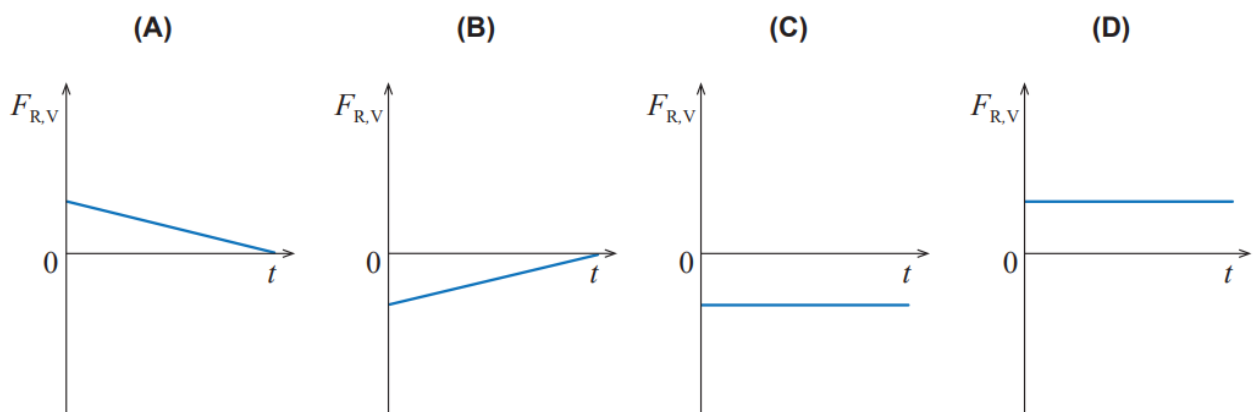


Figura 11

- 9.2. Considere que a bola de voleibol foi lançada no instante $t = 0 \text{ s}$ e que a bola de futebol foi lançada 3 s depois.

- * 9.2.1. Qual dos esboços seguintes pode representar a componente escalar da força resultante que atua na bola de voleibol, $F_{R,V}$, em função do tempo, t , desde o instante em que a bola é lançada até ao instante em que atinge a altura máxima?



9.2.1. (C)

A resultante das forças que atuam sobre a bola é igual à força gravítica, constante e de sentido descendente, pelo que se eliminam as opções (A) e (B). De acordo com o referencial apresentado na figura (positivo no sentido ascendente), a componente escalar da força gravítica é negativa, pelo que a opção correta é a (C).

9.2.2. Qual das opções seguintes pode representar a equação que permite obter a componente escalar da velocidade da bola de futebol, v_F , em função do tempo, t , expressa nas unidades base do SI?

(A) $v_F = 4,0 + 9,80(t - 3)$ se $t \geq 3$

(B) $v_F = 4,0 - 9,80(t - 3)$ se $t \geq 3$

(C) $v_F = 4,0 + 9,80(t + 3)$ se $t \geq 3$

(D) $v_F = 4,0 - 9,80(t + 3)$ se $t \geq 3$

9.2.2. (B)

Como a origem do tempo ($t = 0$ s) é o instante em que a bola de voleibol foi lançada, e a bola de futebol foi lançada 3 s depois, então $t_F = t - 3$ s.

Como o movimento da bola de futebol é uniformemente variado, a equação da componente escalar da velocidade da bola é:

$$v_F = v_{0F} - g(t - 3) \quad (\text{SI})$$

$$v_F = 4,0 - 9,80 \times (t - 3) \quad \text{para } t \geq 3 \text{ s}$$

A opção correta é a (B).

Exame Nacional de 2023 - 2.ª Fase

- * 4. Para o estudo das características de um movimento circular uniforme, realizaram-se, em contexto real, num carrossel, medições do módulo da aceleração em função do raio, utilizando sensores de aceleração em telemóveis (*smartphones*).

Tal como é ilustrado na Figura 5, num carrossel circular, fixaram-se cinco telemóveis em posições diferentes, numa direção radial.



Na tabela seguinte, estão registados os raios, r , e os módulos da aceleração centrípeta, a_c , medidos.

r / m	$a_c / \text{m s}^{-2}$
1,10	0,26
2,00	0,50
2,40	0,57
3,20	0,72
3,40	0,79

Determine o módulo da velocidade angular, nas condições em que decorre a experiência, a partir da equação da reta de ajuste a um gráfico adequado.

Na sua resposta:

- identifique as variáveis independente e dependente a considerar nos eixos do gráfico;
- apresente a equação da reta de ajuste ao gráfico;
- apresente o valor solicitado com dois algarismos significativos.

Apresente todos os cálculos efetuados.

4. $0,47 \text{ rad s}^{-1}$

A expressão que relaciona a aceleração centrípeta, a_c , com o raio, r , da trajetória e a velocidade angular, ω , é:

$$a_c = \omega^2 r$$

De acordo com esta expressão, a variável independente é r , e a variável dependente é a_c .

Recorrendo aos valores da tabela do enunciado e à calculadora gráfica, a equação que melhor se ajusta a estes valores é:

$$a_c = 0,22 r + 0,03 \quad (\text{SI})$$

O declive da reta, $0,22 \left(\text{rad s}^{-1} \right)^2$, é igual a ω^2 . Assim:

$$\omega = \sqrt{0,22} = 0,47 \text{ rad s}^{-1}$$

- 5.** O modelo de Bohr do átomo de hidrogénio, proposto em 1913, baseando-se em órbitas estacionárias circulares, permite o cálculo da energia dos eletrões nos diferentes níveis de energia. A cada nível de energia do eletrão corresponde uma única órbita em torno do protão.

- 5.1.** Admita que, no estado fundamental, o eletrão se move numa órbita circular de raio $5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$ (raio de Bohr) e realiza 1000 voltas em $1,52 \times 10^{-13} \text{ s}$.

Considere que o movimento do eletrão é circular e uniforme.

Qual é o módulo da velocidade do eletrão nesta órbita?

- (A) $6,96 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$
 (B) $1,09 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$
 (C) $4,13 \times 10^{16} \text{ m s}^{-1}$
 (D) $2,19 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$

5.1. (D)

$$r = 5,29 \times 10^{-11} \text{ m}$$

$$\text{n.º de voltas} = 1000$$

$$\Delta t = 1,52 \times 10^{-13} \text{ s}$$

$$f = \frac{1000}{1,52 \times 10^{-13}} = 6,58 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

a velocidade do eletrão é

$$v = 2 \pi r f \Rightarrow v = 2 \pi \times 5,29 \times 10^{-11} \times 6,58 \times 10^{15} = 2,19 \times 10^6 \text{ m s}^{-1}$$

A opção correta é a (D).

9. Uma esquiadora (e) desliza ao longo de uma encosta gelada. No instante em que a esquiadora passa na posição A, um trenó (t), inicialmente em repouso, desprende-se de uma encosta do lado oposto, tal como se representa na Figura 8, que não está à escala. Os dois corpos, após a descida das encostas, passam a mover-se no plano horizontal.

Admita que:

- ambos os corpos percorrem 50,0 m nas vertentes inclinadas das encostas;
- $m_{\text{esquiadora}} = 3 m_{\text{trenó}}$;
- os dois corpos descrevem sempre trajetórias retilíneas;
- o atrito e a resistência do ar são desprezáveis;
- a esquiadora e o trenó podem ser representados pelos seus centros de massa, segundo o modelo da partícula material;
- o troço horizontal BC é o nível de referência da energia potencial gravítica.

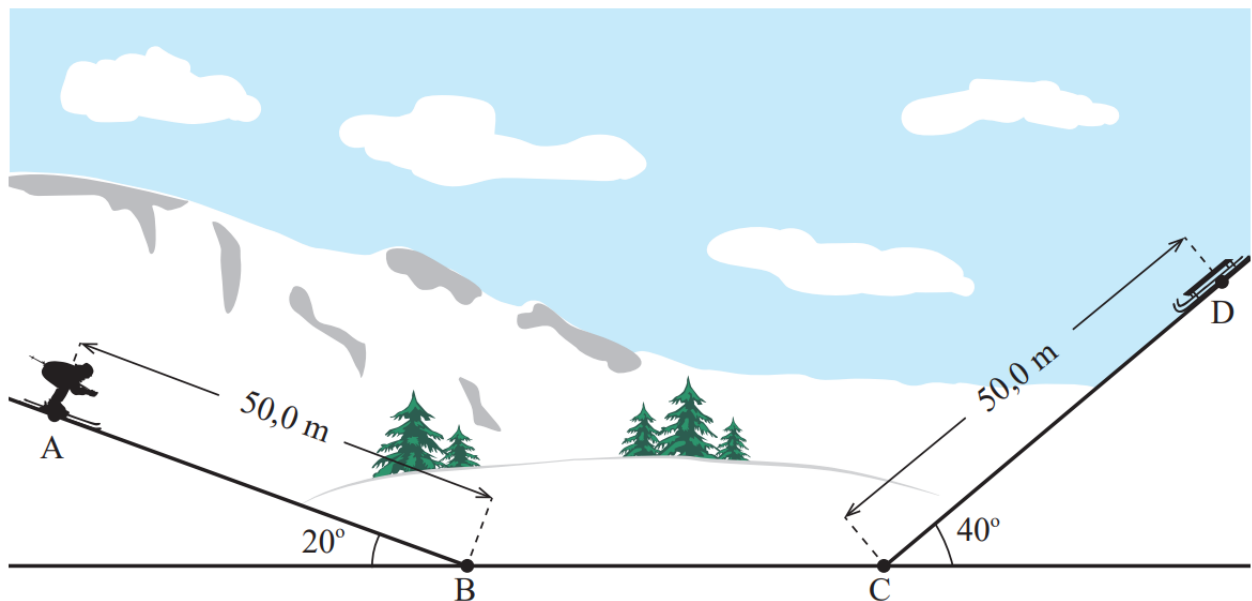


Figura 8

- 9.1. Qual das opções seguintes pode representar a relação entre o módulo da aceleração da esquiadora, a_e , e o do trenó, a_t , e a relação entre o módulo da variação da energia potencial gravítica do sistema *esquiadora + Terra*, ΔE_{pe} , e o do sistema *trenó + Terra*, ΔE_{pt} , nos deslocamentos AB e DC, respetivamente?

- (A) $|a_e| > |a_t|$ e $|\Delta E_{pe}| > |\Delta E_{pt}|$
- (B) $|a_e| > |a_t|$ e $|\Delta E_{pe}| < |\Delta E_{pt}|$
- (C) $|a_e| < |a_t|$ e $|\Delta E_{pe}| > |\Delta E_{pt}|$
- (D) $|a_e| < |a_t|$ e $|\Delta E_{pe}| < |\Delta E_{pt}|$

9.1. (C)

A aceleração adquirida ao longo de um plano inclinado (rampa) é $a = g \sin \alpha$.

Para a esquiadora: $|a_e| = 9,8 \times \sin 20^\circ = 3,35 \text{ m s}^{-2}$; para o trenó: $|a_t| = 9,80 \times \sin 40^\circ = 6,30 \text{ m s}^{-2}$.

Assim, eliminam-se as opções (A) e (B).

$$A \quad |\Delta E_p| = |m g \Delta h|; \quad |\Delta h| = |d \sin \alpha| \quad \text{e} \quad m_e = 3 m_t$$

Assim:

$$|\Delta E_{pe}| = |3 m_t g \times 50 \sin 20^\circ| = 51,3 g m_t \text{ J}$$

$$|\Delta E_{pt}| = |m_t g \times 50 \sin 40^\circ| = 32,1 g m_t \text{ J}$$

A opção correta é a (C).

Exame Nacional de 2023 - 1.ª Fase

5. A Figura 5 ilustra um prédio que tem três lanços de escadas, cada um com 2,80 m de altura, e um elevador cuja cabina tem 300 kg de massa. Para se deslocar do rés do chão (r/c) até ao 3.º andar, uma pessoa de massa 75 kg pode utilizar o elevador ou as escadas.

Admita que:

- a pessoa e o conjunto *pessoa + cabina* são sistemas redutíveis ao seu centro de massa (modelo da partícula material);
- o solo é o nível de referência da energia potencial gravítica.

Considere o referencial Oy representado na figura.

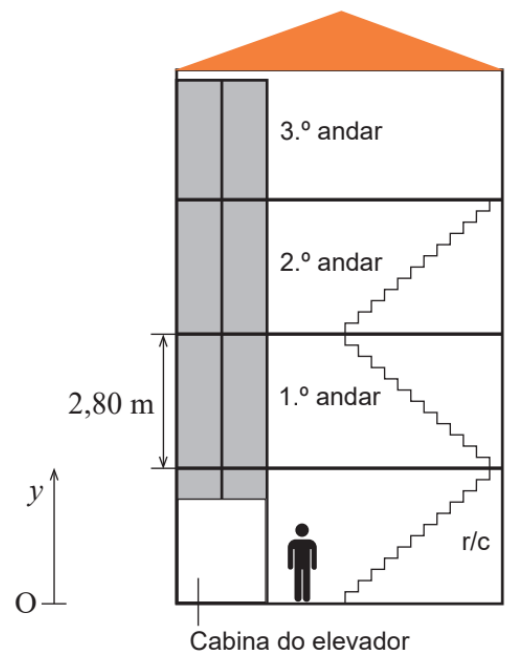


Figura 5

- 5.2. De elevador, o percurso do rés do chão até ao 3.º andar demora 10,0 s.

Admita que o elevador se desloca, durante o primeiro segundo de movimento, com uma aceleração cuja componente escalar é positiva. No instante 1,0 s, atinge a velocidade máxima, que mantém durante 8,0 s. Dos 9,0 s até aos 10,0 s, o elevador desloca-se com uma aceleração cuja componente escalar é negativa, até parar.

Considere que o módulo da aceleração é constante durante o primeiro e o último segundos de movimento.

- * 5.2.1. Determine o módulo da velocidade máxima que o elevador atinge.

Apresente todos os cálculos efetuados.

* 5.2.1.

Etapas de raciocínio para a resolução do item.

Premissa I) Como são informados dados sobre os **tempos e acelerações** em diferentes momentos, começamos a deduzir sobre a utilização das **equações do movimento**.

Premissa II) É provável que seja necessário a utilização de diferentes expressões que relacionem a **velocidade** e a **distância**, pelo que facilmente calculamos a distância total percorrida, então uma expressão com valores de distância e velocidade facilitam o cálculo.

Premissa III) Pelo enunciado, podemos criar um **gráfico velocidade-tempo**, que permite obter uma visão mais simples do item. A Figura 4 representa este gráfico. Desde o rés do chão até ao 3.º andar são $3 \times 2,80 = 8,40 \text{ m}$.

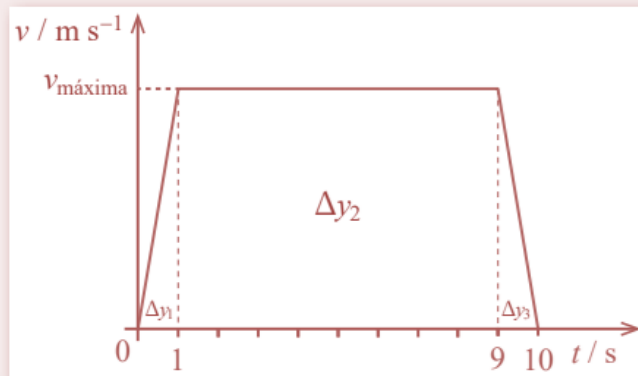


Figura 4

- Obtenção, a partir das equações do movimento, do deslocamento no 1.º segundo de movimento em função de $v_{\text{máxima}}$ ($\Delta y_1 = 0,5 v_{\text{máxima}}$)

Sabe-se que $v = v_0 + at$, logo tem-se $v_{\text{máxima}} = 0 + a \times 1 \Leftrightarrow v_{\text{máxima}} = a$

Assim, para se obter a distância, vem $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$, logo $\Delta y_1 = 0,5 \underbrace{v_{\text{máxima}}}_{v_{\text{máxima}} = a}$

- Obtenção, a partir das equações do movimento, do deslocamento durante os 8 s de movimento em função de $v_{\text{máxima}}$ ($\Delta y_2 = 8,0 v_{\text{máxima}}$)

Como a velocidade é constante durante os 8,0 s, tem-se $\Delta y_2 = vt$ $\Delta y_2 = 8,0 v_{\text{máxima}}$

- Obtenção, a partir das equações do movimento, do deslocamento no último segundo de movimento em função de $v_{\text{máxima}}$ ($\Delta y_3 = 0,5 v_{\text{máxima}}$)

Como o intervalo de tempo e o módulo da variação da velocidade são iguais ao primeiro segundo, no último segundo, tem-se $\Delta y_3 = 0,5 v_{\text{máxima}}$

- Cálculo do módulo da velocidade máxima e relação das expressões de deslocamento.

$$\Delta y_{\text{total}} = 3 \times 2,80 = 0,5 v_{\text{máxima}} + 8,0 v_{\text{máxima}} + 0,5 v_{\text{máxima}} \Leftrightarrow v_{\text{máxima}} = 0,93 \text{ m s}^{-1}$$

2.º Processo de resolução para o item 5.2.1.

Este item pode ser resolvido através do cálculo da **área do gráfico velocidade–tempo** do elevador. O deslocamento no 1.º segundo é igual ao deslocamento no último segundo.

Na Figura 5, representa-se o gráfico.

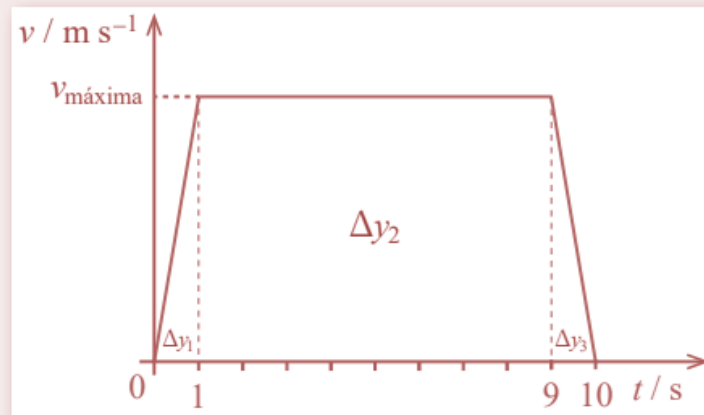


Figura 5

O deslocamento total do elevador é de $3 \times 2,80 = 8,40 \text{ m}$.

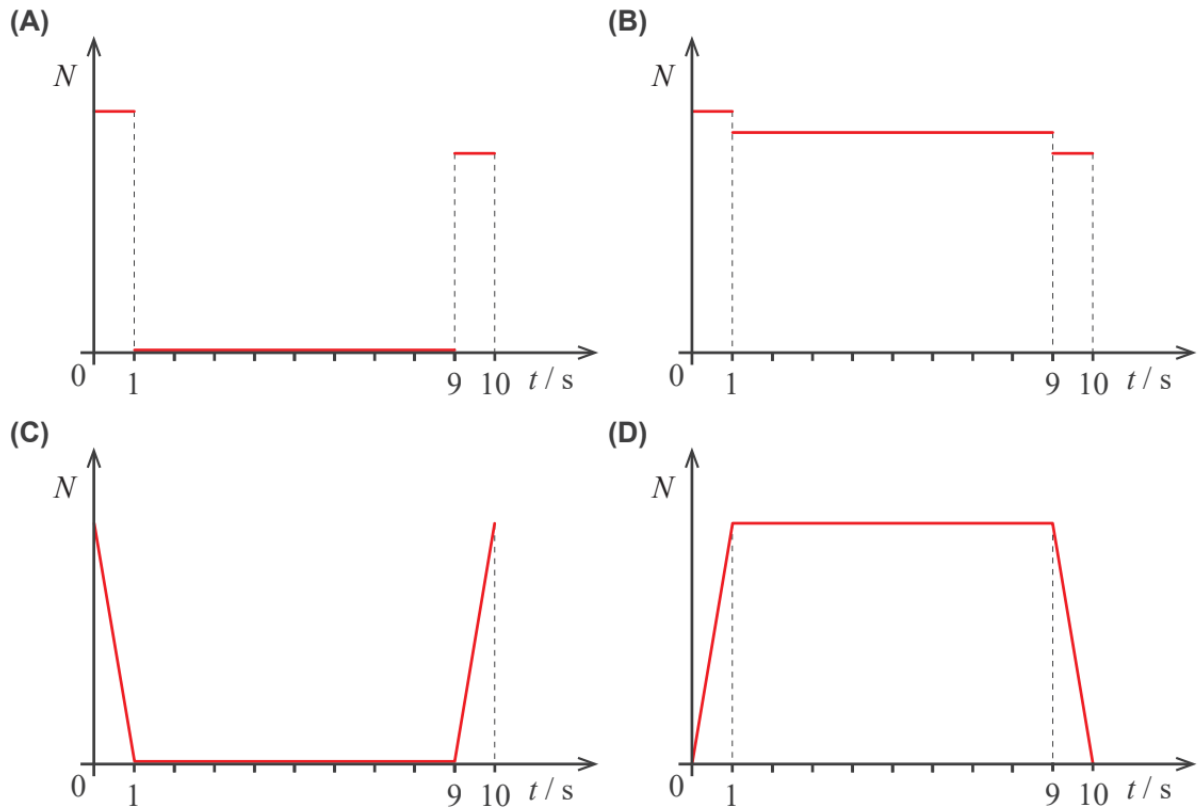
Ao calcular a área do gráfico que representará o deslocamento total, em função da velocidade, descobre-se a velocidade máxima. Para isso, descobre-se a área de cada troço, obtendo-se

$$\Delta y_1 + \Delta y_2 + \Delta y_3 = 8,40 \text{ m}$$

$$\Delta y_1 = \frac{1,0 \times v_{\text{máxima}}}{2} \quad ; \quad \Delta y_2 = 8,0 \times v_{\text{máxima}} \quad ; \quad \Delta y_3 = \frac{1,0 \times v_{\text{máxima}}}{2}$$

$$8,40 = 0,5 v_{\text{máxima}} + 8,0 v_{\text{máxima}} + 0,5 v_{\text{máxima}} \Leftrightarrow v_{\text{máxima}} = 0,93 \text{ m s}^{-1}$$

5.2.2. Qual das opções seguintes corresponde ao esboço do gráfico da intensidade da força, N , que o elevador exerce sobre a pessoa, em função do tempo, t ?



5.2.2. Versão 1 – (B); Versão 2 – (D)

Como durante o 1.º segundo o elevador possui uma componente escalar da aceleração positiva, sabe-se que a intensidade da força, F_{1s} , que o elevador exerce sobre uma pessoa é maior do que a intensidade da força gravítica, F_g . Durante os 8 s seguintes, o elevador possui velocidade constante, pelo que intensidade da força, F_{8s} , que o elevador exerce sobre uma pessoa é igual à intensidade da força gravítica. No último segundo, a intensidade da força, F_{9s} , que o elevador exerce sobre uma pessoa é menor do que a intensidade da força gravítica, pois a componente escalar da aceleração é negativa. Deste modo, tem-se $F_{1s} > F_{8s} > F_{9s}$.

Para resolver este item, é necessário realizar as associações entre as diferentes forças aplicadas à pessoa pelo elevador, bem como pela força gravítica. Na Figura 6, estão representadas as forças aplicadas à pessoa, durante os três intervalos de tempo: a **força gravítica**, $\vec{F}_g$, e a **força do elevador na pessoa**, $\vec{F}$.

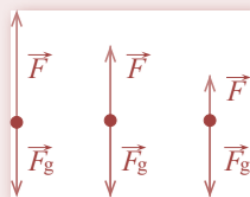
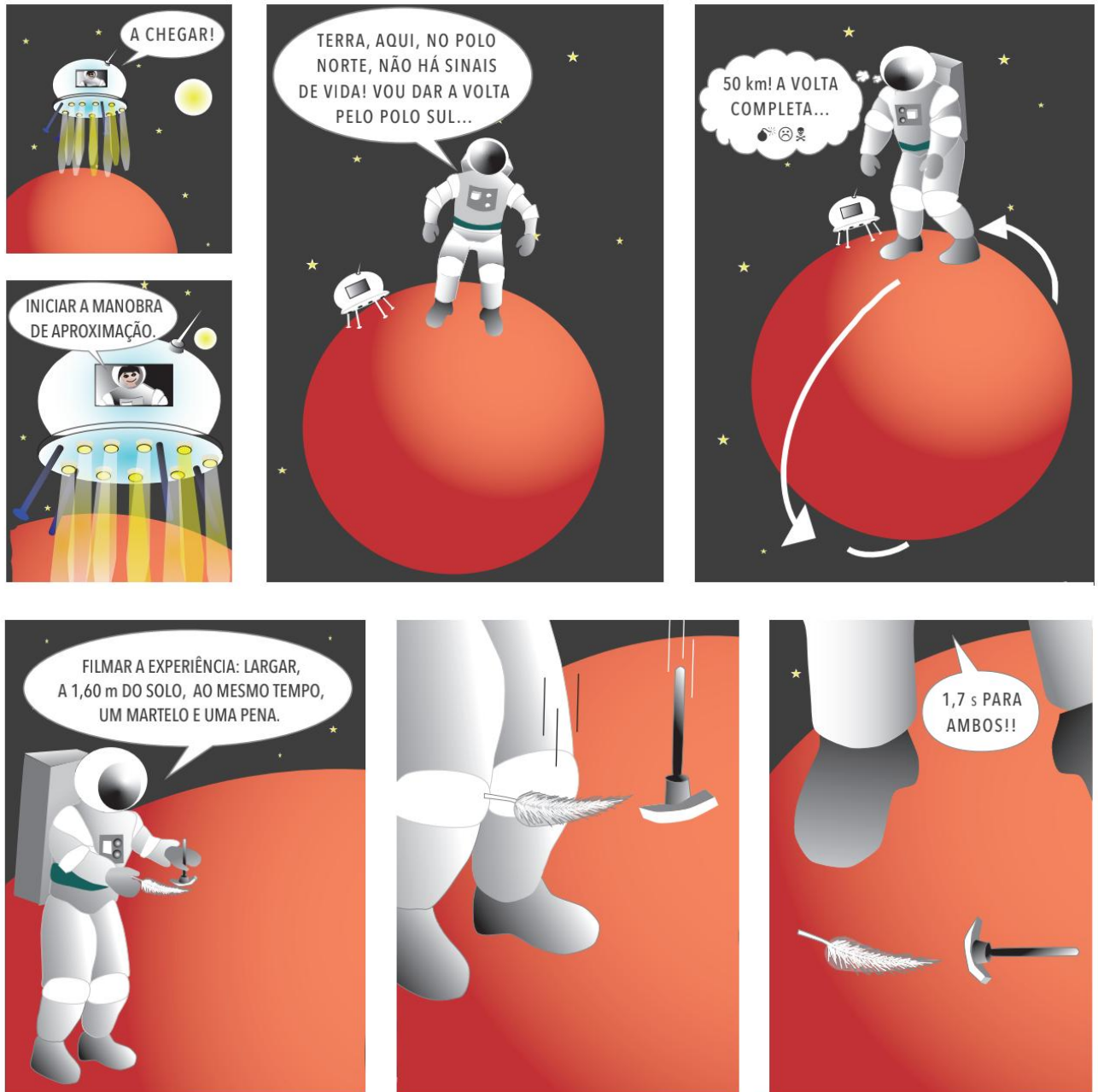


Figura 6

* 9. Considere a informação dada nas seguintes tiras de uma banda desenhada de ficção científica.



Admita que o planeta é esférico e de densidade uniforme.

Determine, a partir dos dados fornecidos na banda desenhada, a massa do planeta.

Apresente todos os cálculos efetuados.

* 9.

Etapas de raciocínio para a resolução do item.

Premissa I) É solicitado o valor da massa do planeta. Rapidamente, pela banda desenhada, verificamos informações como **perímetro do planeta, distância ao solo na queda livre de objetos e tempos associados** a isso, o que já podemos começar a pensar nas expressões de **força gravítica** para determinar a massa e **equações de movimento** para determinar a aceleração gravítica neste planeta.

- Cálculo do módulo da aceleração gravítica de um corpo à superfície do planeta ($1,11 \text{ m s}^{-2}$)

Para determinar a massa do planeta, é primeiro necessário determinar a aceleração, pois

$$F_g = G \frac{m_A m_P}{d^2} \Leftrightarrow m_A \times a = G \frac{m_A m_P}{d^2} \Leftrightarrow a = G \frac{m_P}{d^2}, \text{ observando que é necessário a aceleração, bem como o raio do planeta. Deste modo, a partir da Figura 12, obtemos as informações necessárias.}$$



Figura 12

$$\text{Deste modo, } y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad 1,60 = 0 + 0 + \frac{1}{2} a \times (1,7)^2 \Leftrightarrow a = 1,11 \text{ m s}^{-2}$$

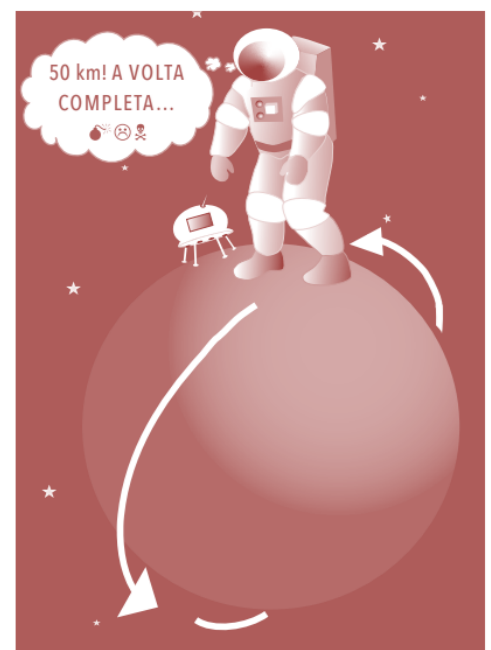
- Cálculo da massa do planeta ($1,1 \times 10^{18} \text{ kg}$)

A partir da expressão da aceleração originada a partir da força gravítica na etapa anterior, é necessário determinar o raio do planeta e, em seguida, determinar a massa do planeta. Deste modo, observa-se

Como a volta é 50 km, vem

$$2\pi r = 50 \times 10^3 \Leftrightarrow r = 7,96 \times 10^3 \text{ m. Assim, conclui-se}$$

$$a = G \frac{m_P}{d^2} \quad 1,11 = 6,67 \times 10^{-11} \times \frac{m_P}{(7,96 \times 10^3)^2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow m_P = 1,1 \times 10^{18} \text{ kg}$$



Exame Nacional de 2022 - Época Especial

3. Com vista a uma gestão energética económica e ambientalmente mais sustentável, a administração de uma rede de metropolitano adotou o procedimento seguinte no percurso entre cada duas estações:

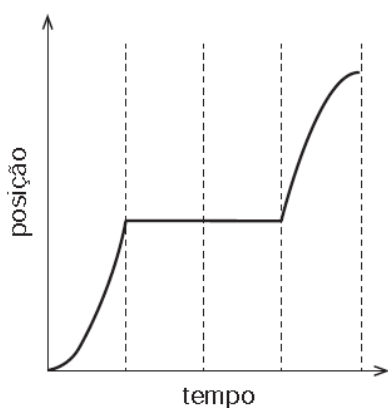
- no primeiro quarto do tempo total do percurso, o comboio move-se com aceleração constante;
- de seguida, durante metade do tempo total, mantém uma velocidade constante;
- no último quarto do tempo total, reduz a sua velocidade uniformemente, até parar.

Considere uma trajetória retilínea e horizontal entre duas estações.

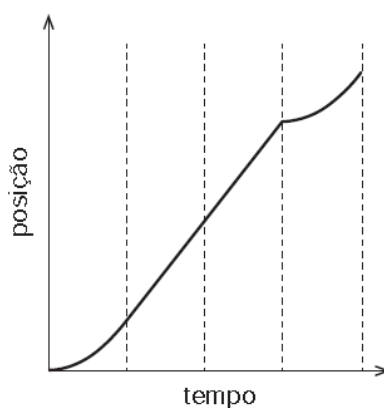
3.1. Qual é o esboço do gráfico da posição em função do tempo que melhor corresponde ao movimento desse comboio entre duas estações?

Admita que o comboio pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

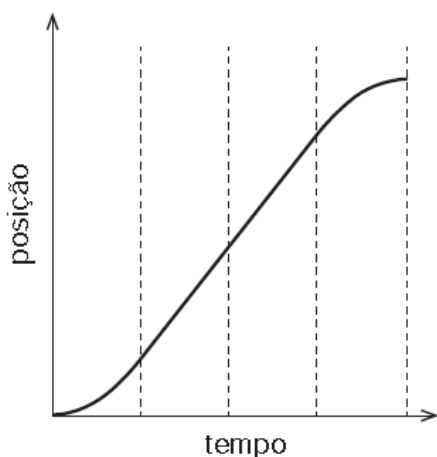
(A)



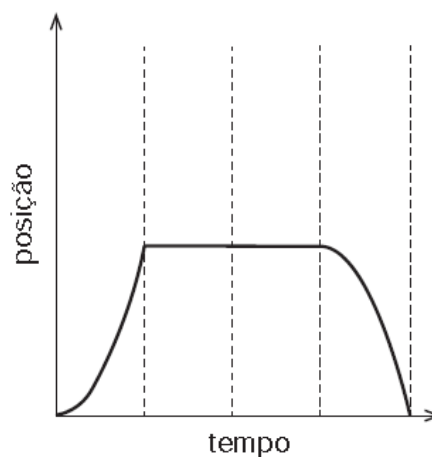
(B)



(C)



(D)



3.1. (C)

Dado que o comboio está sempre em movimento entre as duas estações, eliminam-se as opções (A) e (D), pois, nestes esboços, durante metade do tempo, a posição mantém-se. No último quarto de tempo total, como reduz uniformemente a velocidade, o comboio tem movimento retilíneo uniformemente retardado, pelo que o declive das retas tangentes à curva em cada instante diminui, até se anular no final do percurso, quando atinge a velocidade nula, o que está de acordo com a opção (C).

- * **3.2.** Enquanto trabalha no interior de um túnel, um funcionário avista um comboio parado na estação, a 150 m de distância. Por motivos de segurança, o funcionário imobiliza-se junto à parede do túnel, à espera que o comboio passe.

A Figura 1 representa o movimento do comboio desde que parte da estação até que inicia a sua passagem pelo funcionário com uma velocidade de 10 m s^{-1} .

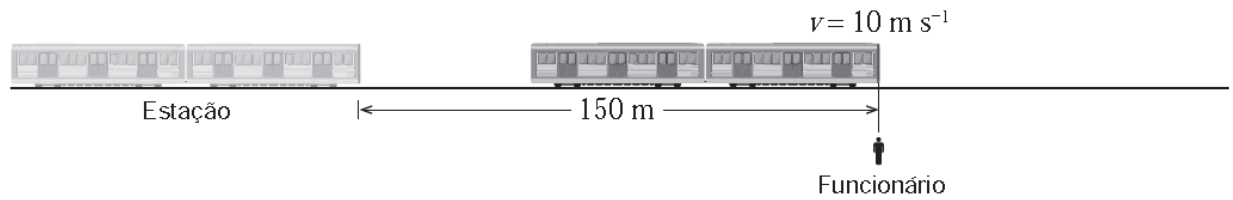
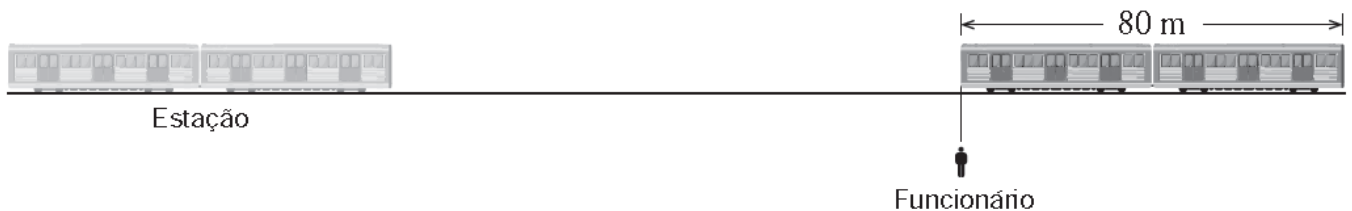


Figura 1

A Figura 2 representa o instante em que a última carruagem passa, na totalidade, pelo funcionário.

Considere que o comboio tem 80 m de comprimento e que se movimenta com aceleração constante.



Calcule o intervalo de tempo, Δt , desde a partida do comboio da estação até que a última carruagem passa pelo funcionário, como se representa na Figura 2.

Apresente todos os cálculos efetuados.

3.2. $t = 37 \text{ s}$

$$\ell_{\text{comb.}} = 80 \text{ m} ; d_{\text{inicial}} = 150 \text{ m} ; v = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$d_{\text{final}} = 150 + 80 = 230 \text{ m}$$

O comboio desloca-se com movimento retilíneo uniformemente acelerado.

Relativamente à primeira parte do percurso (até a frente do comboio passar pelo funcionário), a velocidade aumenta de 0 m s^{-1} até 10 m s^{-1} .

Assim, recorrendo às leis deste movimento, tem-se:

$$10 = a t \Leftrightarrow t = \frac{10}{a}$$

Substituindo t na equação,

$$150 = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow 150 = \frac{1}{2} a \times \left(\frac{10}{a} \right)^2 \Leftrightarrow a = \frac{100}{300} = 0,333 \text{ m s}^{-2}$$

Para o percurso total de 230 m, vem:

$$230 = \frac{1}{2} \times 0,333 \times t^2 \Leftrightarrow t^2 = 1,38 \times 10^3 \Leftrightarrow t = 37 \text{ s}$$

4. Uma das opções de mobilidade sustentável nas cidades passa pelo uso da bicicleta como meio de transporte.

Na Figura 3, que não está à escala, está representada uma ciclista que se desloca numa trajetória retilínea, numa ciclovia. A ciclovia tem um troço horizontal, entre A e B, e um troço de inclinação constante, entre B e C.

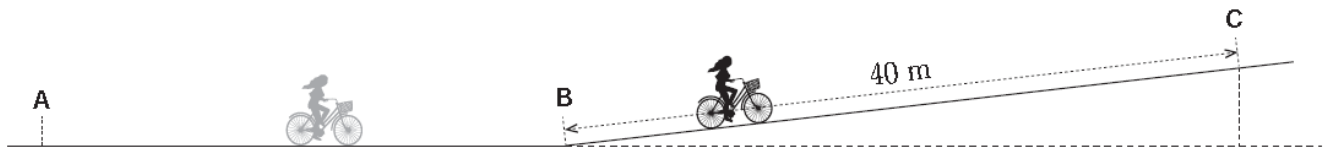


Figura 3

O conjunto, de massa m , constituído pela ciclista e pela sua bicicleta não motorizada pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

- 4.2. No planeamento das ciclovias, recomenda-se que sejam evitadas rampas com uma inclinação longitudinal superior a 5%. Admita que uma inclinação de 5% significa que, por cada 100 m de pista inclinada percorrida, há um desnível de 5 m na vertical.

Com o objetivo de determinar a inclinação aproximada do troço entre B e C da ciclovia, foi realizada a seguinte experiência:

- quando a ciclista passou na posição B, observou que o velocímetro da bicicleta marcava 30 km h^{-1} ;
- quando iniciou a subida, na posição B, deixou de pedalar, percorrendo 40 m até parar na posição C.

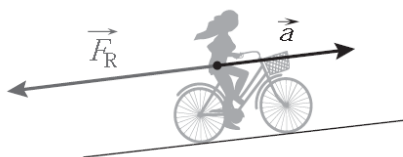
Admita que, no trajeto de B a C, foi dissipada 30% da energia mecânica do conjunto *ciclista + bicicleta* e que as forças dissipativas se mantiveram constantes ao longo de todo o percurso.

Considere o troço horizontal da ciclovia como nível de referência da energia potencial gravítica.

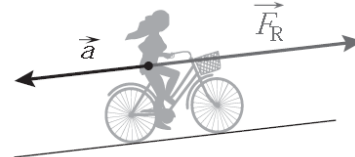
- 4.2.2. Nos esquemas seguintes, está representado o conjunto *ciclista + bicicleta* durante a realização da experiência, numa posição entre B e C.

Em qual dos esquemas se encontram representados, embora não à escala, o vetor resultante das forças que atuam no conjunto, $\vec{F}_R$, e o vetor aceleração, $\vec{a}$, durante a subida?

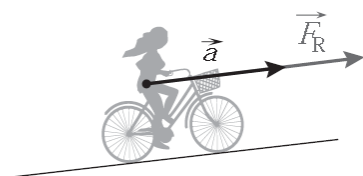
(A)



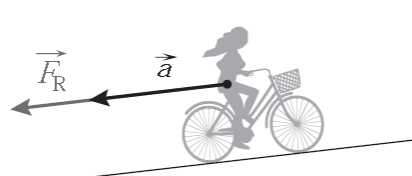
(B)



(C)



(D)



4.2.2. (D)

O conjunto sobe a rampa de B a C com movimento retilíneo uniformemente retardado, visto que para em C e, como as forças dissipativas são constantes, a resultante das forças que atuam no conjunto é constante. Consequentemente a aceleração é constante. Assim, a resultante das forças que atuam sobre o conjunto e, consequentemente, a aceleração têm sentido contrário ao do movimento, isto é, de C para B, logo a opção correta é a (D).

- * 4.3. As bicicletas têm uma corrente que liga uma roda dentada dianteira, D, movimentada pelos pedais, a uma roda dentada traseira, T, fixa à roda traseira, tal como se representa na Figura 5.

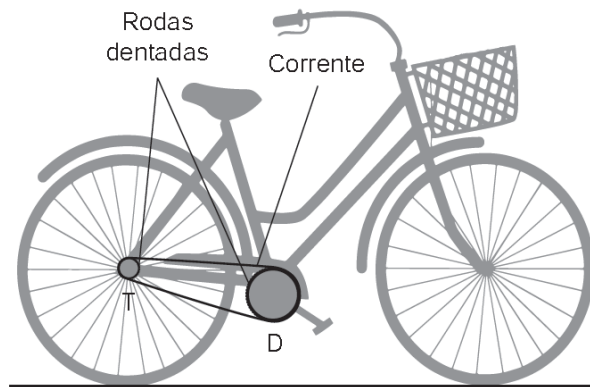


Figura 5

Considere uma rotação completa da roda dentada dianteira, D, em 1 s.

Mostre que, quanto maior for a razão dos raios das duas rodas dentadas, $\frac{r_D}{r_T}$, maior será a frequência de rotação da roda dentada traseira, T.

Comece por relacionar as velocidades lineares das rodas dentadas D e T.

4.3.

$$T_D = 1 \text{ s} \text{ e como } f = \frac{1}{T} \Rightarrow f_D = \frac{1}{1} = 1 \text{ s}^{-1}$$

Dado que a corrente liga as rodas D e T, tem-se:

$$v_D = v_T$$

Sendo $v = 2 \pi r f$, então

$$2 \pi r_D f_D = 2 \pi r_T f_T \Leftrightarrow r_D f_D = r_T f_T$$

Assim, para $f_D = 1 \text{ s}^{-1}$ tem-se:

$$\frac{r_D}{r_T} = f_T$$

Isto é, quanto maior for a razão $\frac{r_D}{r_T}$, maior será a frequência de rotação da roda traseira, T.

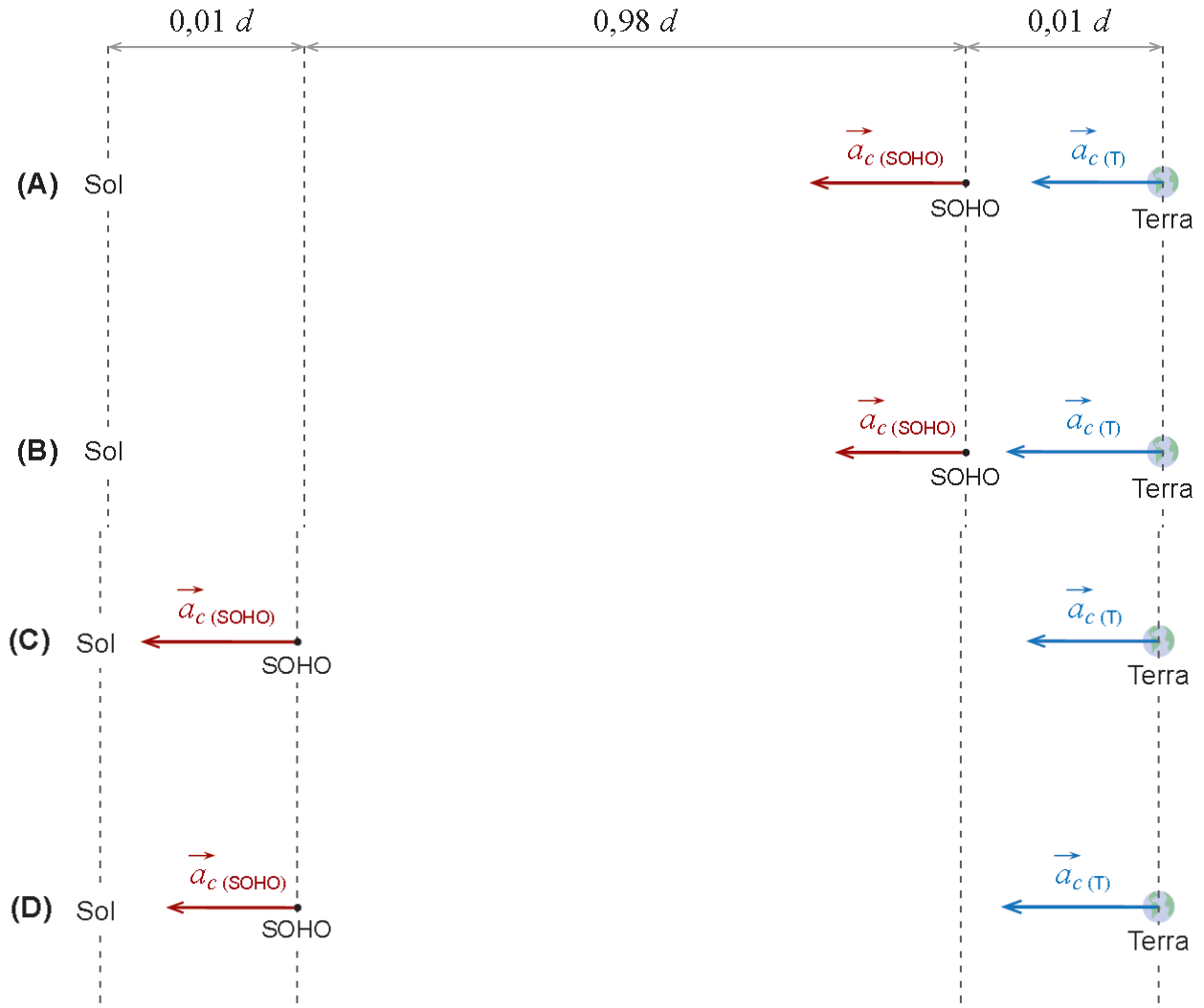
Exame Nacional de 2022 - 2.ª Fase

1.3. O satélite de observação solar SOHO contém instrumentos que permitem estudar distúrbios do vento solar.

1.3.1. O SOHO orbita o Sol com movimento circular uniforme e com o mesmo período orbital da Terra. Nos diagramas que se seguem, considere d a distância média da Terra ao Sol.

Admita que a distância do SOHO ao Sol é 99 vezes superior à distância do SOHO à Terra.

Qual dos diagramas (A, B, C ou D) pode representar as acelerações centrípetas, na mesma escala, no SOHO, $\vec{a}_c(\text{SOHO})$, e na Terra, $\vec{a}_c(\text{T})$?



1.3.1. (B)

De acordo com o enunciado, a distância do SOHO ao Sol é 99 vezes a distância do SOHO à Terra, pelo que se eliminam as opções (C) e (D).

Dado que o período orbital do SOHO é igual ao período orbital da Terra em torno do Sol, e como

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ conclui-se que ambos têm a mesma velocidade angular, } \omega.$$

Como $a_c = \omega^2 r$, e o raio da trajetória da Terra é superior ao raio da trajetória do SOHO, a aceleração centrípeta da Terra é superior à do SOHO, pelo que a opção que pode representar os vetores da aceleração centrípeta no SOHO e na Terra é a (B).

6. Um avião a jato, de massa m (em kg), aterra com pouco combustível na pista retilínea de um porta-aviões, de acordo com a Figura 7, que não está à escala.

No momento em que atinge a pista, o módulo da velocidade do avião é 65 m s^{-1} . Durante a aterragem, um cabo de retenção, CR, provoca uma desaceleração progressiva do avião, na secção horizontal da pista.

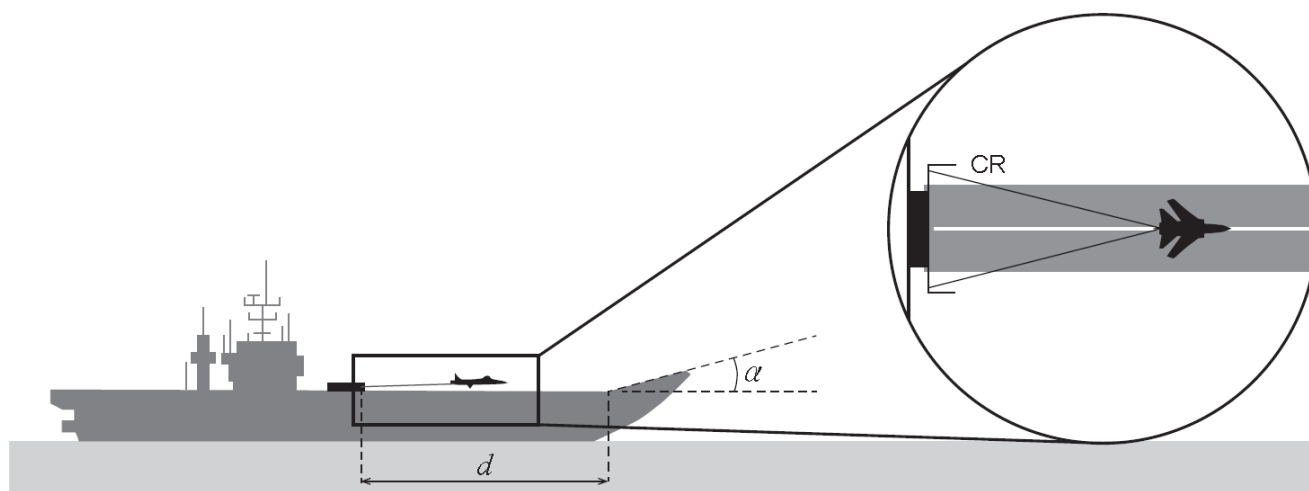


Figura 7

Admita que o cabo de retenção é responsável por uma diminuição de 91,5% da velocidade inicial do avião, mas sofre rotura ao fim de 3,5 s.

Aos 7,8 s, o avião acaba por se imobilizar na secção inclinada da pista.

Na Figura 8, apresenta-se o gráfico do módulo da resultante das forças que atuam no avião durante a aterragem, em função do tempo.

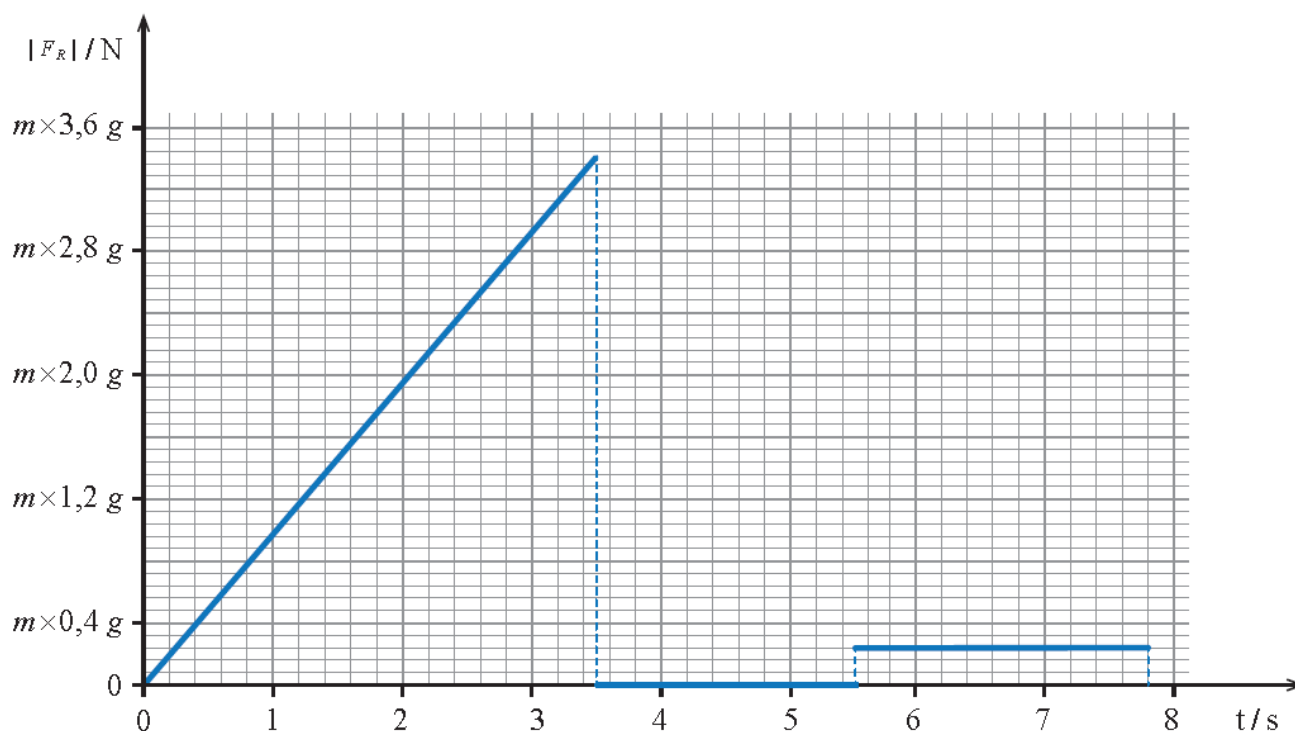


Figura 8

Considere que o avião pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e que as forças de atrito e de resistência do ar são desprezáveis.

6.1. O gráfico da Figura 8 permite concluir que o avião apresenta, entre

- (A) 0 s e 3,5 s, movimento uniformemente retardado e, entre 3,5 s e 5,5 s, movimento uniforme.
- (B) 0 s e 3,5 s, movimento uniformemente retardado e, entre 5,5 s e 7,8 s, movimento uniforme.
- (C) 3,5 s e 5,5 s, velocidade constante e, entre 5,5 s e 7,8 s, aceleração de módulo constante.
- (D) 3,5 s e 5,5 s, aceleração de módulo constante e, entre 5,5 s e 7,8 s, velocidade constante.

6.1. (C)

Da análise do gráfico representado na figura 8 do enunciado, verifica-se que, entre:

- 0 s e 3,5 s, o módulo da resultante das forças que atuam sobre o avião é variável e oposta ao sentido do movimento, logo o movimento é retardado, mas não uniformemente retardado, pois a aceleração não é constante, o que exclui as opções (A) e (B);
- 3,5 s e 5,5 s, o módulo da resultante das forças que atuam sobre o avião é nulo, pois a aceleração é nula, logo o avião tem movimento retilíneo e uniforme e velocidade constante, o que exclui a opção (D);
- 5,5 s e 7,8 s, o módulo da resultante das forças que atuam sobre o avião é constante, bem como o módulo da sua aceleração, o que está de acordo com a opção (C).

* 6.2. Na aterragem, o avião percorre, na secção horizontal da pista retilínea, uma distância, d , de 169 m.

No intervalo de tempo $]0,0; 3,5[$ s, o avião percorre _____ do percurso horizontal retilíneo.

- (A) 73% (B) 82% (C) 89% (D) 93%

6.2. (D)

$$v_i = 65 \text{ m s}^{-1} ; d = 169 \text{ m} ;$$

Como o cabo de retenção provoca uma diminuição de 91,5% da velocidade inicial, ao fim de 3,5 s, quando o cabo sofre rotura, a velocidade será:

$$v = 65 \times (1,00 - 0,915) = 5,5 \text{ m s}^{-1}$$

Entre 3,5 s e 5,5 s, o avião percorre a pista com movimento retilíneo e uniforme, pois a resultante das forças é nula, e a distância percorrida é:

$$d = v \times \Delta t \Rightarrow d = 5,5 \times (5,5 - 3,5) = 11 \text{ m}$$

Como o comprimento total e retilíneo da pista é 169 m, então, no intervalo de tempo de 0,0 s a 3,5 s, o avião percorreu $169 - 11 = 158 \text{ m}$, que corresponde a uma percentagem de:

$$\frac{158}{169} \times 100 = 93\%$$

A opção correta é a (D).

- * 6.3. Entre 5,5 s e 7,8 s, o avião, sujeito a uma força resultante não nula, percorre uma trajetória retilínea com uma inclinação α em relação à direção horizontal da pista, tal como se representa na Figura 7.

Calcule, a partir da leitura dos valores do gráfico, a amplitude do ângulo α .

Apresente todos os cálculos efetuados.

6.3. $\alpha = 14^\circ$

Da análise do gráfico, verifica-se que a aceleração do movimento do avião no intervalo de tempo entre 5,5 s e 7,8 s é:

$$a = \frac{3}{5} \times 0,4 \, g \Leftrightarrow a = 0,24 \, g \, \text{m s}^{-2}$$

Como $a = g \sin \alpha$, vem:

$$\sin \alpha = 0,24 \Rightarrow \alpha = 14^\circ$$

Exame Nacional de 2022 - 1.ª Fase

1. Em 2020, foi enviada mais uma sonda espacial ao planeta Marte, integrada na missão *Mars 2020*. Essa sonda transportou, pela primeira vez na história da exploração espacial, um pequeno helicóptero.

Fazer voar um helicóptero em Marte foi um desafio. Os engenheiros sabiam que a aceleração gravítica de Marte, aproximadamente $\frac{1}{3}$ da terrestre, ajudaria na descolagem, mas a sua atmosfera rarefeita iria tornar mais difícil a sustentação. Assim, o pequeno helicóptero, de 1,8 kg de massa, foi construído com duas hélices de 1,2 m de diâmetro, que rodam, em direções opostas, a 2400 rotações por minuto.

<https://mars.nasa.gov> (consultado em 18/10/2021). (Texto adaptado)

- 1.1. Com os dados do altímetro, os engenheiros confirmaram o sucesso do primeiro voo de teste, em que o helicóptero apenas efetuou uma trajetória vertical.

Na Figura 1, encontra-se representado o gráfico da altitude do helicóptero, y , em função do tempo, t .

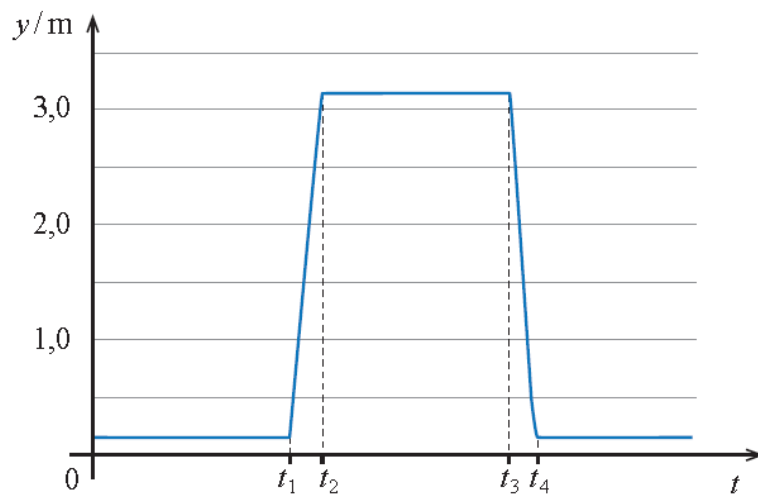


Figura 1

Considere que o helicóptero pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

* 1.1.1. O gráfico da Figura 1 permite concluir que,

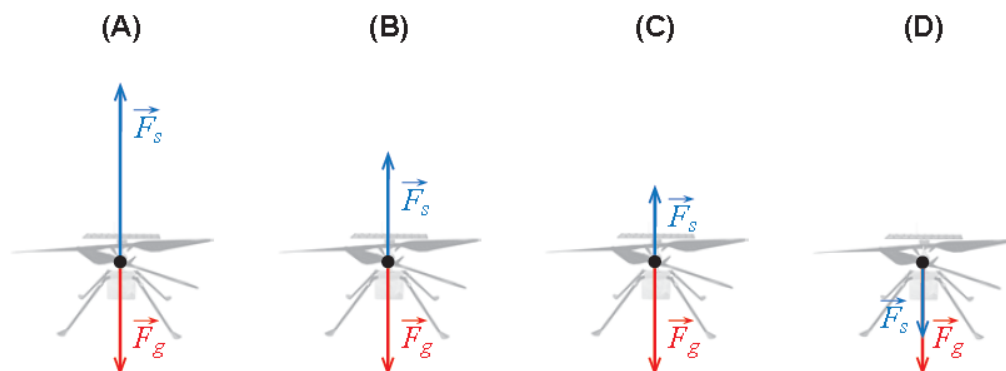
- (A) entre 0 e t_1 , o helicóptero se afastou do ponto de partida.
- (B) entre t_1 e t_2 , o movimento do helicóptero foi uniformemente acelerado.
- (C) entre t_2 e t_3 , o helicóptero descreveu uma trajetória retilínea.
- (D) entre 0 e t_4 , ocorreu uma inversão no sentido do movimento do helicóptero.

* 1.1.1. Versão 1 – (D); Versão 2 – (A)

O referencial mencionado é de baixo para cima, a partir do ponto de partida que é o solo. Deste modo, entre 0 e t_4 observa-se que o helicóptero subiu e posteriormente desceu, o que significa que houve uma inversão de sentido neste intervalo de tempo, mais especificamente no instante t_3 .

* 1.1.3. Considere uma parte do percurso em que o helicóptero se move com velocidade constante.

Qual das opções pode representar, na mesma escala, as forças que atuam no helicóptero: a força de sustentação gerada pela rotação das hélices, $\vec{F}_s$, e a força gravítica, $\vec{F}_g$?



* 1.1.3. Versão 1 – (B); Versão 2 – (D)

O helicóptero se move com velocidade constante, ou seja, a aceleração é nula, pelo que a intensidade da resultante das forças é nula. Portanto, a única opção onde a intensidade da resultante das forças é nula é na opção onde o vetor da força gravítica e da força de sustentação tem a mesma magnitude, direção e sentidos opostos.

1.2. Qual das expressões seguintes permite calcular, em m s^{-1} , o módulo da velocidade de um ponto na extremidade de uma hélice do helicóptero?

(A) $\frac{2\pi \times 0,6 \times 60}{2400} \text{ m s}^{-1}$

(B) $\frac{2\pi \times 1,2 \times 60}{2400} \text{ m s}^{-1}$

(C) $\frac{2\pi \times 0,6 \times 2400}{60} \text{ m s}^{-1}$

(D) $\frac{2\pi \times 1,2 \times 2400}{60} \text{ m s}^{-1}$

1.2. Versão 1 – (C); Versão 2 – (B)

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r f \quad f = \frac{2400}{60} \text{ Hz} \Rightarrow v = \frac{2\pi \times \frac{1,2}{2} \times 2400}{60} = \frac{2\pi \times 0,6 \times 2400}{60} \text{ m s}^{-1}$$

6. Num percurso pedestre no litoral algarvio, um rapaz encontra aos seus pés uma abertura na rocha. Ao olhar para o seu interior, observa que se trata de uma cavidade de desenvolvimento vertical, de profundidade elevada, sobre a água. Este tipo de cavidades designa-se algar.

Pela abertura do algar, o rapaz deixa cair verticalmente uma pedra, como se representa na Figura 5.

* 6.1. O som da pedra a bater na água é ouvido 3,0 s depois de a pedra ser largada.

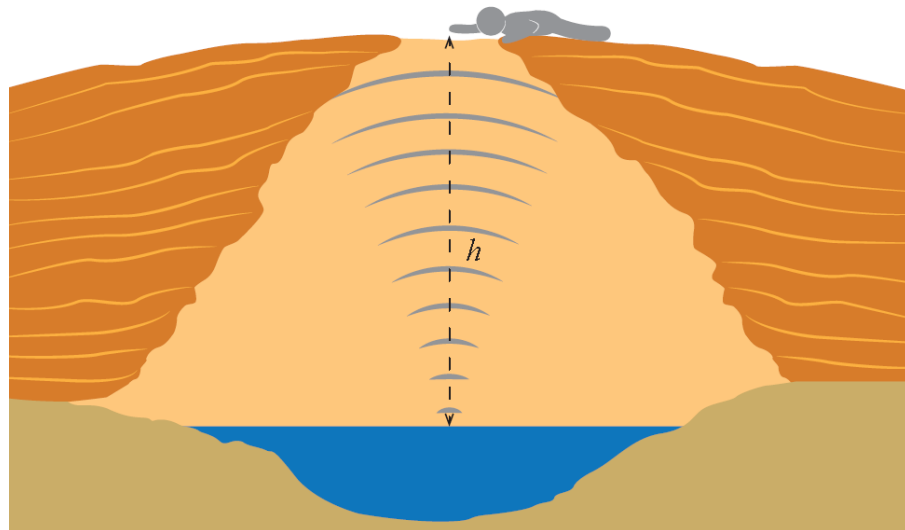


Figura 5

Admita que a velocidade do som no ar é 340 m s^{-1} e que a resistência do ar é desprezável.

Mostre que, para a distância percorrida, h , a razão entre o tempo de queda, t_q , da pedra e o tempo de propagação do som, t_s , é 24 $\left(\frac{t_q}{t_s} = 24\right)$.

* 6.1.

- Consideração de 3,0 s como o somatório do tempo de queda da pedra e do tempo de propagação do som.

Começemos por observar que o tempo de o rapaz ouvir a pedra bater na água após soltar a pedra é de 3,0 s. Ou seja, $t_q + t_s = 3,0$ s

- **Identificação do movimento de queda da pedra como retilíneo uniformemente acelerado e a propagação do som como movimento retilíneo uniforme, expressando as respetivas equações**

A pedra, ao estar em queda livre, tem aceleração constante, que é a aceleração gravítica. Assim, podemos obter uma equação da distância percorrida pela pedra, em função do tempo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad d_q = 5 t_q^2$$

Por outro lado, o som, a partir do momento em que a pedra bate na água, tem velocidade constante, pelo que o valor de v_0 na equação das posições será a indicada no enunciado:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad d_s = 340 t_s$$

- Consideração de que a distância percorrida na queda da pedra é igual à distância percorrida pelo som e conclusão do pretendido.

Como $d_q = d_s = h$, tem-se

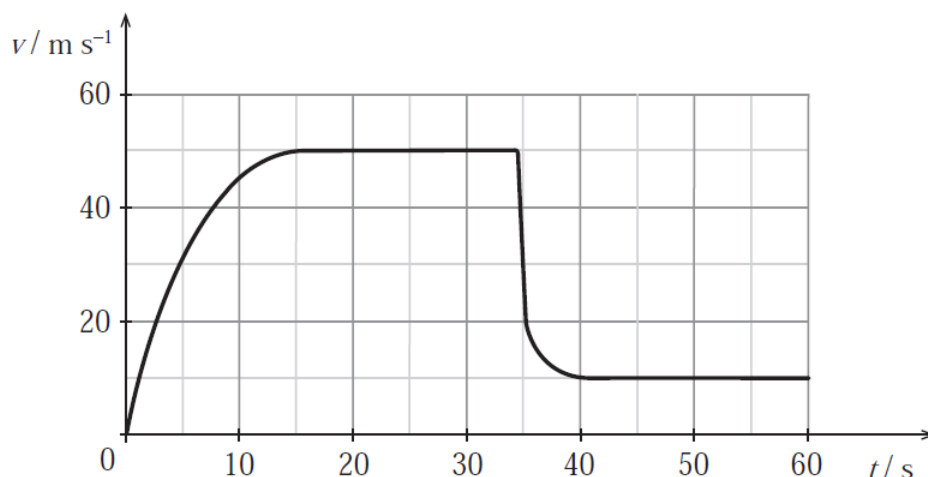
$$5 t_q^2 = 340 t_s \Leftrightarrow 5 t_q^2 = 340 (3,0 - t_q) \Leftrightarrow 5 t_q^2 + 340 t_q - 1020 = 0 \Leftrightarrow t_q = \frac{-340 \pm \sqrt{340^2 - 4 \times 5 \times (-1020)}}{2 \times 5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow_{t_q > 0} t_q = 2,88 \text{ s} \Rightarrow 5 t_q^2 = 340 t_s \Leftrightarrow \frac{t_q}{t_s} = \frac{340}{5 t_q} \Leftrightarrow \frac{t_q}{t_s} = \frac{340}{5 \times 2,88} \Leftrightarrow \frac{t_q}{t_s} = 24$$

Exame Nacional de 2021 - Época Especial

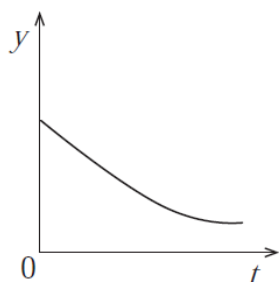
2. Na Figura 3, apresenta-se o gráfico da componente escalar da velocidade, v , de um paraquedista (sistema *paraquedista + paraquedas*), em função do tempo, t , nos primeiros 60 s do seu movimento de descida, na vertical.

Considere um referencial Oy vertical e admita que o paraquedista pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

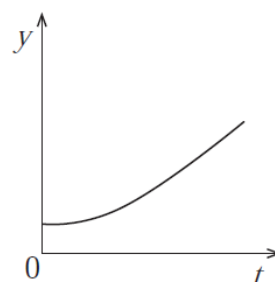


- 2.1. Qual dos esboços de gráfico seguintes pode representar a componente escalar da posição, y , do paraquedista, em relação ao referencial Oy , em função do tempo, t , no intervalo de tempo $[0; 30]$ s?

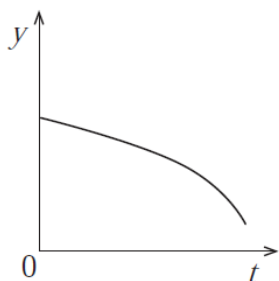
(A)



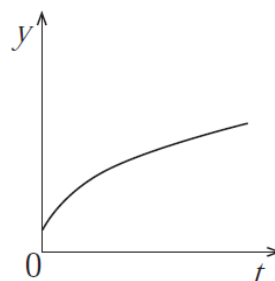
(B)



(C)



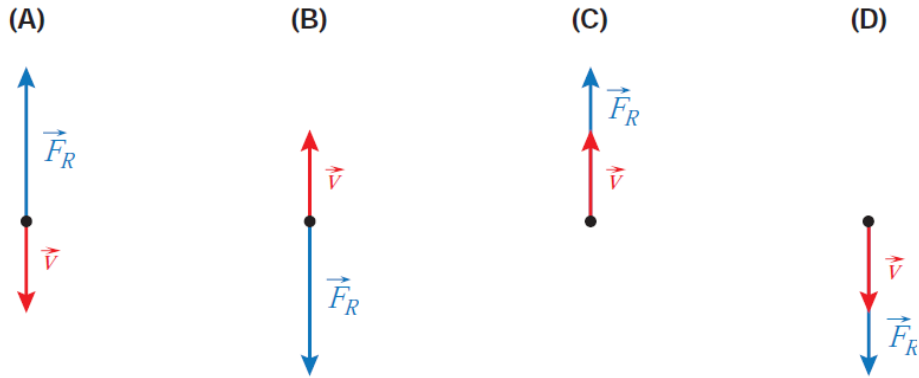
(D)



2.1. Versão 1 – (B); Versão 2 – (D)

O declive do gráfico posição–tempo representa a componente escalar da velocidade. O enunciado não refere o sentido do eixo Oy , se é de baixo para cima ou o inverso. Existe uma única opção, portanto, que aumenta o declive ao longo do tempo e possui um declive constante após um pequeno intervalo de tempo.

- * 2.2. Qual das opções pode representar a velocidade, $\vec{v}$, do paraquedista e a resultante das forças, $\vec{F}_R$, que nele atuam no instante $t = 35 \text{ s}$?



- * 2.2. Versão 1 – (A); Versão 2 – (B)

A velocidade tem sentido do movimento, que é para baixo. A força resultante é contrária ao sentido do movimento, pois a componente escalar da aceleração do sistema *paraquedista + paraquedas* é negativa no instante referido (devido ao declive do gráfico que é negativo).

- * 2.3. O módulo do trabalho, $|W_{\vec{R}_{ar,1}}|$, realizado pela resistência do ar no intervalo de tempo $[20; 30] \text{ s}$, é cinco vezes superior ao módulo do trabalho, $|W_{\vec{R}_{ar,2}}|$, realizado pela resistência do ar no intervalo de tempo $[50; 60] \text{ s}$.

Comprove a veracidade desta afirmação.

Explicite o seu raciocínio.

- * 2.3.

Tópicos de Resposta

- identifica uma variação da energia cinética do paraquedista nula, nos dois intervalos de tempo considerados constante];
- indica que $|W_{\vec{F}_{g,1}}| = |W_{\vec{R}_{ar,1}}|$ no intervalo de tempo $[20; 30] \text{ s}$ e que $|W_{\vec{F}_{g,2}}| = |W_{\vec{R}_{ar,2}}|$ no intervalo de tempo $[50; 60] \text{ s}$
- Comprova que $|W_{\vec{R}_{ar,1}}| = 5 |W_{\vec{R}_{ar,2}}|$

Exemplo de Resposta

Nos dois intervalos de tempos considerados, a variação da energia cinética é nula, pois a variação de velocidade é nula. Como não há variação da energia cinética, $|W_{\vec{F}_{g,1}}| = |W_{\vec{R}_{ar,1}}|$ no intervalo de tempo $[20; 30] \text{ s}$ e $|W_{\vec{F}_{g,2}}| = |W_{\vec{R}_{ar,2}}|$ no intervalo de tempo $[50; 60] \text{ s}$.

Assim, comprova-se o pretendido:

$$\Delta h_1 = -(v \times \Delta t) \Rightarrow \Delta h_1 = -(50 \times 10) = -500 \text{ m}$$

$$|W_{\vec{F}_{g,1}}| = |W_{\vec{R}_{ar,1}}| = |-mg\Delta h| \Rightarrow |W_{\vec{F}_{g,1}}| = |5000m| = 5000m$$

$$\Delta h_2 = -(v \times \Delta t) \Rightarrow \Delta h_2 = -(10 \times 10) = -100 \text{ m}$$

$$|W_{\vec{F}_{g,2}}| = |W_{\vec{R}_{ar,2}}| = |-mg\Delta h| \Rightarrow |W_{\vec{F}_{g,2}}| = |1000m| = 1000m$$

$$\frac{|W_{\vec{R}_{ar,1}}|}{|W_{\vec{R}_{ar,2}}|} = \frac{5000m}{1000m} = 5$$

3. Um corpo foi abandonado sobre um plano com uma dada inclinação, α , de acordo com a Figura 4 (que não está à escala).

Admita que o corpo pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

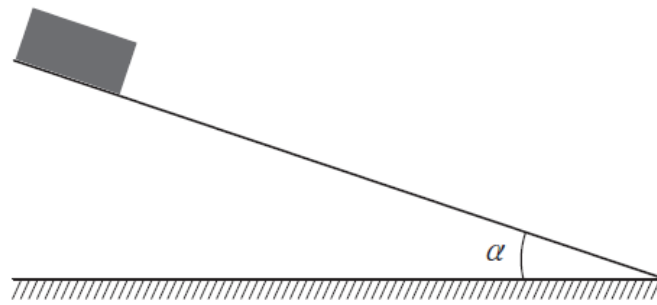
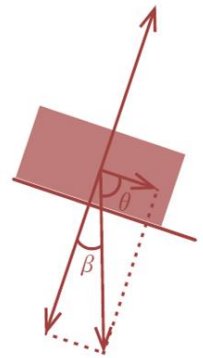


Figura 4

- * 3.2. Na ausência de forças dissipativas, a expressão que permite calcular a inclinação do plano é

- (A) $\sin \alpha = \frac{g}{a}$
- (B) $\cos \alpha = \frac{a}{g}$
- (C) $\sin \alpha = \frac{a}{g}$
- (D) $\cos \alpha = \frac{g}{a}$



- * 3.2. Versão 1 – (C); Versão 2 – (A)

A partir da Figura 1, vem $\alpha = 90^\circ - \theta$ $\beta = 90^\circ - \theta$ $\beta = \alpha$, logo, $F = ma \Leftrightarrow mg \sin \alpha = ma \Leftrightarrow \sin \alpha = \frac{a}{g}$

5. Muitos satélites movimentam-se em órbitas aproximadamente circulares e estão equipados com painéis fotovoltaicos que produzem a energia necessária ao seu funcionamento.

- * 5.2. Considere dois satélites, A e B, que se movem em torno da Terra.

Se o raio da órbita de A for quatro vezes maior do que o raio da órbita de B, a velocidade de A será

- (A) quatro vezes maior do que a velocidade de B.
- (B) quatro vezes menor do que a velocidade de B.
- (C) duas vezes menor do que a velocidade de B.
- (D) duas vezes maior do que a velocidade de B.

- * 5.2. Versão 1 – (C); Versão 2 – (A)

$$F_g = G \frac{m_1 m_{\text{Terra}}}{r^2} \Leftrightarrow m_1 a = G \frac{m_1 m_{\text{Terra}}}{r^2} \Leftrightarrow a = G \frac{m_{\text{Terra}}}{r^2} \Leftrightarrow \frac{v^2}{r} = G \frac{m_{\text{Terra}}}{r^2} \Leftrightarrow v^2 = G \frac{m_{\text{Terra}}}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{G \frac{m_{\text{Terra}}}{r}}$$

$$v_A = \sqrt{G \frac{m_{\text{Terra}}}{4r}} \Leftrightarrow v_A = \frac{1}{2} \sqrt{G \frac{m_{\text{Terra}}}{r}} \Leftrightarrow v_A = \frac{1}{2} v_B$$

Exame Nacional de 2021 - 2.ª Fase

2. A Estação Espacial Internacional (EEI; em inglês, International Space Station – ISS) move-se em torno da Terra, numa órbita aproximadamente circular.

Admita que a região em que a EEI se move pode ser considerada como vácuo.

* 2.1. A EEI orbita a uma altitude cerca de 15 vezes inferior ao raio da Terra.

Qual das expressões seguintes traduz corretamente a relação entre o módulo da aceleração da EEI, a_{EEI} , e o módulo da aceleração gravítica à superfície da Terra, g ?

- (A) $a_{EEI} = 0,94 \text{ g}$
- (B) $a_{EEI} = 0,88 \text{ g}$
- (C) $a_{EEI} = 6,7 \times 10^{-2} \text{ g}$
- (D) $a_{EEI} = 4,4 \times 10^{-3} \text{ g}$

* 2.1. Versão 1 – (B); Versão 2 – (C)

$$F_g = G \frac{m_t m_s}{d^2} \Leftrightarrow m_{EEI} a_{EEI} = G \frac{m_t m_{EEI}}{d^2} \Leftrightarrow a_{EEI} = G \frac{m_t}{\left(r + \frac{r}{15}\right)^2} = G \frac{m_t}{\left(\frac{16r}{15}\right)^2} \Leftrightarrow$$

$$a_{EEI} = \frac{1}{\frac{256}{225}} \times \underbrace{G \frac{m_t}{r^2}}_g \Leftrightarrow a_{EEI} = 0,88 \text{ g}$$

É de importância relevar que $G \frac{m_t}{r^2} = g$, pois, à superfície terrestre, sendo r o raio da terra, a aceleração é igual a g .

- 2.2. As paredes da EEI são revestidas por uma superfície refletora e são constituídas por materiais de baixa condutividade térmica.

A estação dispõe ainda de um sistema de controlo de temperatura que permite regular a transferência de energia para o espaço.

* 2.2.1. A superfície refletora permite _____ a absorção da radiação solar, e a transferência de energia da estação para o espaço ocorre, essencialmente, por _____.

- (A) minimizar ... radiação
- (B) maximizar ... radiação
- (C) minimizar ... condução
- (D) maximizar ... condução

* 2.2.1. Versão 1 – (A); Versão 2 – (D)

A superfície refletora tem como objetivo refletir as radiações, diminuindo, assim, a quantidade de energia transferida da EEI para o exterior, bem como do exterior para a EEI. Assim, minimiza a absorção da radiação solar. Como, pelo enunciado, o a região em que a EEI se encontra pode ser considerada como vácuo, a transferência de energia da estação para o espaço ocorre, essencialmente, por radiação.

*** 2.2.2.** O período orbital da EEI é 1,5 horas.

Admita que, numa dada zona da EEI:

- para manter a temperatura do ar, é necessário que a potência transferida para o espaço seja, em média, 30 kW por cada órbita;
- a massa de ar nessa zona é $1,1 \times 10^3 \text{ kg}$, e a capacidade térmica mássica do ar é $7,2 \times 10^2 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Devido a uma avaria, verificou-se que a temperatura do ar naquela zona aumentou $17 \text{ }^\circ\text{C}$, no intervalo de tempo que a EEI leva a descrever uma órbita.

Calcule a percentagem da energia absorvida pelo ar existente naquela zona da EEI, em relação à energia que deveria ter sido transferida para o espaço.

Apresente todos os cálculos efetuados.

*** 2.2.2.**

- Cálculo da energia absorvida pelo ar existente na zona considerada da EEI, naquele intervalo de tempo.

$$E_{\text{absorvida}} = m c \Delta T \quad E_{\text{absorvida}} = 1,1 \times 10^3 \times 7,2 \times 10^2 \times 17 = 1,35 \times 10^7 \text{ J}$$

- Cálculo da percentagem da energia absorvida pelo ar existente na zona considerada da EEI, em relação à energia que deveria ter sido transferida para o espaço.

Para o espaço, deveria ser transferido

$$E_{\text{transferida}} = P \Delta t \quad E = 30 \times 1,5 = 45 \text{ kWh} \quad 1 \text{ kWh} = 1 \times 10^3 \text{ W} \times (60 \times 60) \text{ s} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$$

$$E_{\text{transferida}} = 45 \times 3,6 \times 10^6 = 1,62 \times 10^8 \text{ J}$$

Assim, a percentagem da energia absorvida pelo ar existente na zona considerada da EEI, em relação à energia que deveria ter sido transferida para o espaço é de $\frac{1,35 \times 10^7 \text{ J}}{1,62 \times 10^8 \text{ J}} \times 100\% = 8,3\%$

4. Um corpo sobre um plano inclinado, abandonado de uma altura h , acaba por parar após percorrer uma distância d num plano horizontal.

Na Figura 1 (que não está à escala), está esquematizado o percurso do corpo entre a posição inicial (posição A) e a posição final (posição C).

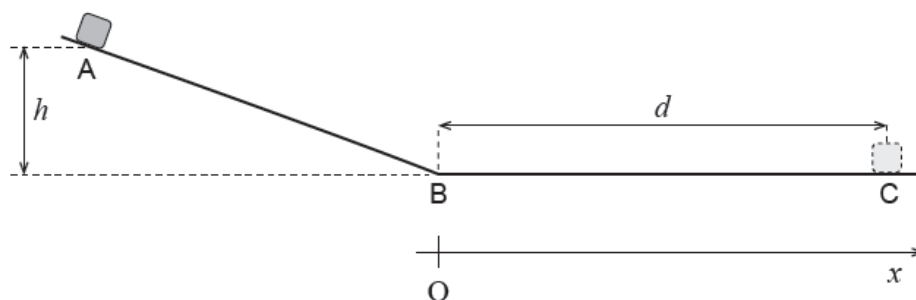


Figura 1

Considere o referencial Ox , representado na figura, e admita que:

- o corpo pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material);
- no plano inclinado, as forças de atrito que atuam no corpo são desprezáveis;
- no plano horizontal, a resultante das forças que atuam no corpo é constante.

- * 4.2. Numa experiência, o corpo foi abandonado de cinco alturas diferentes, sobre o plano inclinado, tendo percorrido, para cada uma das alturas, uma determinada distância no plano horizontal.

A tabela apresenta, para cada uma das alturas, h , das quais o corpo foi abandonado, a distância, d , que o corpo percorreu no plano horizontal até parar.

Determine a componente escalar da aceleração, a_x , do corpo, em relação ao referencial Ox considerado, no seu movimento no plano horizontal.

Na resposta:

- deduz a expressão que mostre que d varia linearmente com h ;
- apresente a equação da reta de ajuste a um gráfico adequado;
- calcule o valor solicitado com dois algarismos significativos, a partir da equação da reta de ajuste.

Apresente todos os cálculos efetuados.

h / m	d / m
0,060	0,231
0,100	0,377
0,140	0,559
0,180	0,712
0,220	0,887

* 4.2.

- Dedução da expressão que relaciona d com h .

Como há conservação da energia mecânica no plano inclinado, na posição B, a energia do corpo é igual ao simétrico do trabalho das forças resultantes que atuam no corpo entre B e C.

$$E_{\text{PA}} = E_{\text{CB}} = -W_{\vec{F}_{\text{res}}}$$

$$mgh = -Fd \cos 180^\circ \Leftrightarrow mgh = Fd \Leftrightarrow mgh = mad \Leftrightarrow h = \frac{a}{g}d$$

- Apresentação da equação da reta de ajuste ao gráfico $h = f(d)$

A partir da tabela, constrói-se uma regressão linear dos dados, com h a representar o y e d a representar o x na calculadora, obtendo-se

$$h = 0,24d + 0,01$$

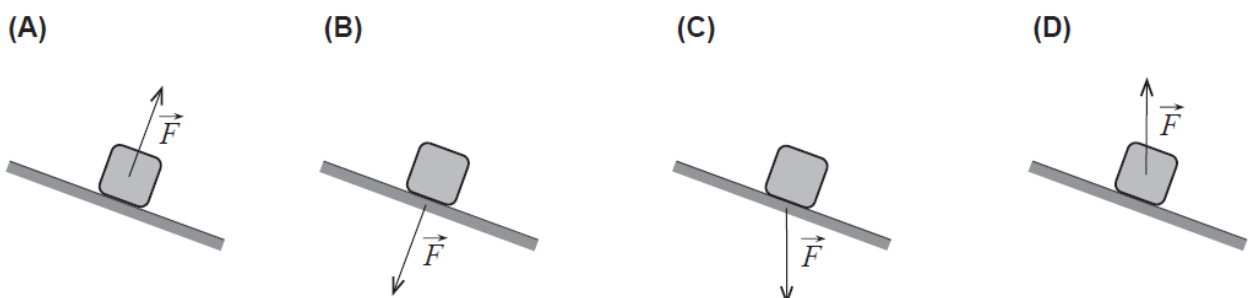
Assim, vem que a aceleração é:

$$0,24 = \frac{a}{g} \Leftrightarrow a = 2,4 \text{ m s}^{-2}$$

Tendo em conta o referencial representado na figura, a componente escalar da aceleração do corpo será, então, $a_x = -2,4 \text{ m s}^{-2}$

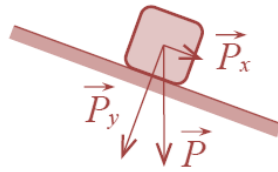
6. Considere um corpo que desce ao longo de um plano inclinado, em condições tais que as forças dissipativas são desprezáveis.

- 6.2. Em qual dos esquemas seguintes está representada a força, $\vec{F}$, que o corpo exerce no plano inclinado?



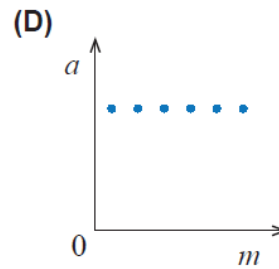
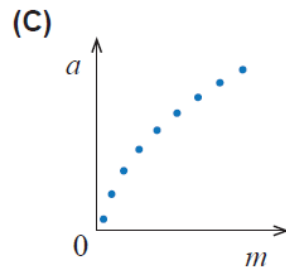
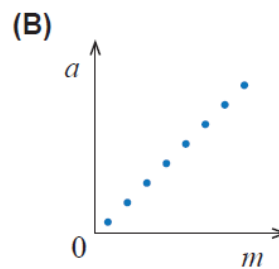
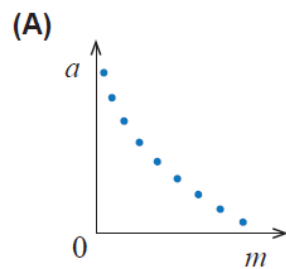
6.2. Versão 1 – (B); Versão 2 – (A)

A força $\vec{F}$ é aquela que tem direção perpendicular ao movimento e sentido para baixo, ou seja, para o plano inclinado. O corpo tem a força peso aplicada nele ($\vec{P}$). O corpo, consequentemente, aplica a força $\vec{F}$ no plano.



6.3. Considere que o corpo desce várias vezes o plano inclinado, com sobrecargas de massas sucessivamente maiores.

Qual dos esboços de gráfico seguintes pode traduzir o módulo da aceleração, a , do conjunto corpo + sobrecarga em função da respetiva massa, m ?



6.3. Versão 1 – (D); Versão 2 – (C)

A aceleração é constante a uma dada altura. Assim, a opção correta é a que apresenta a aceleração constante independentemente da massa, pois $F_{gc} = G \frac{m_t m_c}{r^2} \Leftrightarrow m_c a_c = G \frac{m_t m_c}{r^2} \Leftrightarrow a_c = G \frac{m_t}{r^2}$

Exame Nacional de 2021 - 1.ª Fase

3. Em 1849, Hippolyte Fizeau mediu a velocidade da luz no ar com base na experiência esquematizada na Figura 3 (que não está à escala). Nessa experiência, um feixe de luz passava numa ranhura, na periferia de uma roda dentada, e era, a seguir, refletido num espelho colocado a uma distância de 8,63 km da roda.

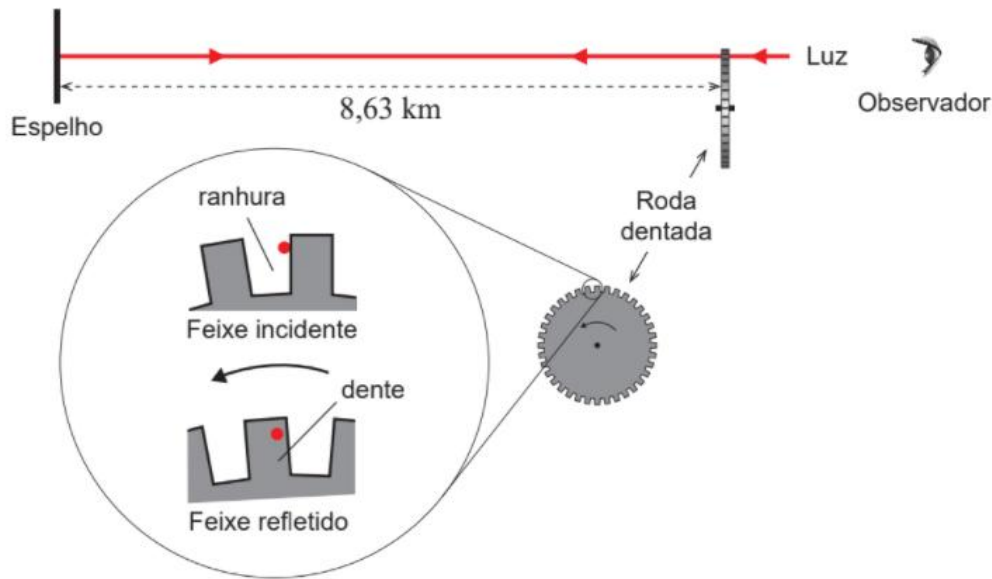


Figura 3

Com a roda parada, o feixe refletido no espelho voltava a passar na mesma ranhura.

Com a roda a girar com uma frequência de 12,6 Hz, o feixe refletido no espelho não voltava a passar pela ranhura, incidindo no dente imediatamente a seguir, deixando de ser detetado pelo observador. Nestas condições, a roda descrevia um ângulo de $0,250^\circ$ desde o instante em que o feixe incidente passava pela ranhura até ao instante em que o feixe refletido incidia no dente.

- ★ 3.1. Determine a velocidade da luz no ar, tal como é obtida a partir da experiência descrita.

Apresente todos os cálculos efetuados.

- Calcula o intervalo de tempo desde a passagem da luz pela ranhura até incidir no dente imediatamente a seguir da roda.

$$\frac{1 \text{ s}}{12,6 \text{ voltas}} = \frac{T}{1 \text{ volta}} \Leftrightarrow T = 7,934 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$\text{Assim, vem que } \frac{360^\circ}{7,934 \times 10^{-2} \text{ s}} = \frac{0,250^\circ}{t} \Leftrightarrow t = 5,512 \times 10^{-5} \text{ s}$$

OU

$$\frac{1 \text{ s}}{12,6 \text{ voltas}} = \frac{T}{1 \text{ volta}} \Leftrightarrow T = 7,934 \times 10^{-2} \text{ s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \omega = \frac{360^\circ}{7,934 \times 10^{-2} \text{ s}} = 4,537 \times 10^3 \text{ }^\circ \text{ s}^{-1}$$

$$\frac{4,537 \times 10^3 \text{ }^\circ}{1 \text{ s}} = \frac{0,250^\circ}{t} \Leftrightarrow t = 5,510 \times 10^{-5} \text{ s}$$

- Calcula a velocidade da luz no ar, obtida a partir da experiência descrita.

$$v = \frac{\Delta d}{\Delta t} \Leftrightarrow v = \frac{2 \times 8,63 \times 10^3 \text{ m}}{5,512 \times 10^{-5} \text{ s}} = 3,13 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$$

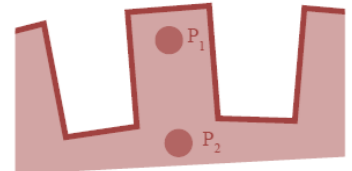
* 3.2. Considere a roda dentada a girar e dois pontos da roda a diferentes distâncias do centro.

Os módulos das velocidades desses pontos são _____ e os módulos das suas velocidades angulares são _____.

- (A) iguais ... iguais
- (B) iguais ... diferentes
- (C) diferentes ... iguais
- (D) diferentes ... diferentes

* 3.2. Versão 1 – (C); Versão 2 – (A)

Sabe-se que $v = \omega r$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Como o raio das trajetórias dos dois pontos difere, os módulos das velocidades dos dois pontos são diferentes. A velocidade angular para ambos os pontos é igual, pois somente o raio da trajetória varia.



9. Na Figura 4 (que não está à escala), representa-se parte do percurso de um corpo que foi lançado da posição A, no instante $t = 0,0$ s, passando pela posição B, ao fim de $1,0$ s, e atingindo a posição C, no instante $t = 1,5$ s.



Figura 4

Considere que o corpo pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

Na Figura 5, apresenta-se o gráfico do módulo da velocidade, v , do corpo em função do tempo, t .

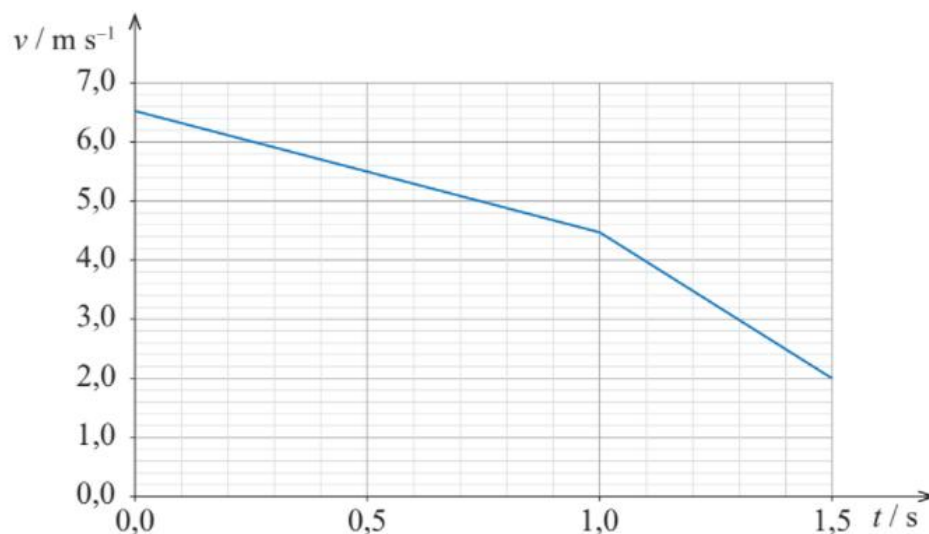


Figura 5

9.1. Qual é a distância entre as posições A e B?

(A) 5,5 m

(B) 4,5 m

(C) 6,5 m

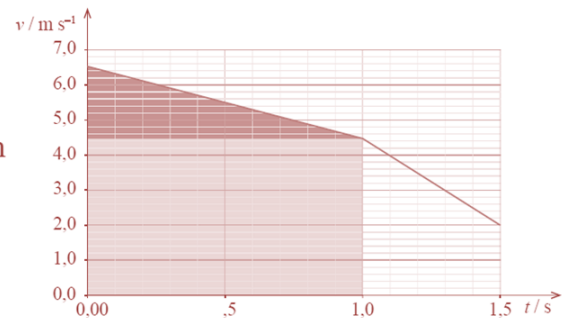
(D) 7,5 m

9.1. Versão 1 – (A); Versão 2 – (B)

A distância entre as posições A e B pode ser obtida através da área do gráfico. Esta área pode ser determinada através da soma da área do retângulo e do triângulo.

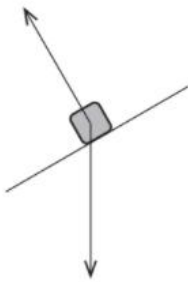
$$A_{\text{retângulo}} = 1,0 \times 4,45 = 4,45 \text{ m}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{1,0 \times (6,45 - 4,45)}{2} = 1,00 \text{ m} \quad \left. \vphantom{A_{\text{triângulo}}} \right\} \Rightarrow A_{\text{total}} = 5,5 \text{ m}$$

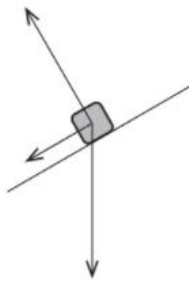


* 9.2. Qual dos diagramas pode representar, numa mesma escala, as forças que atuam no corpo, na subida da rampa, entre as posições B e C?

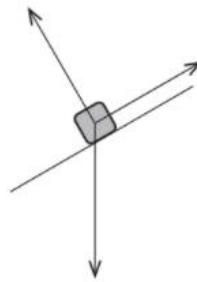
(A)



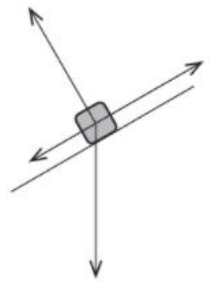
(B)



(C)



(D)



* 9.2. Versão 1 – (A); Versão 2 – (C)

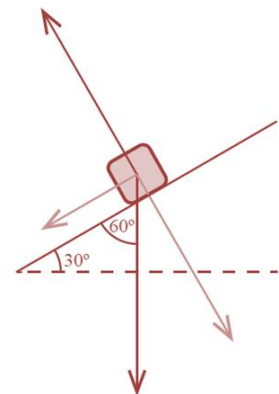
Através do gráfico, é possível determinar o módulo da aceleração do bloco no percurso de B para C.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Leftrightarrow a = \frac{4,45 - 2}{1,5 - 1,0} \approx 5,0 \text{ m s}^{-2}$$

Por observação direta da Figura 5 da prova, a inclinação da rampa é de 30° , pelo que é possível calcular a aceleração a partir da resultante das forças neste corpo.

$$F_R = F \times \cos \alpha \Leftrightarrow ma = mg \cos 60^\circ \Leftrightarrow a = \frac{10}{2} = 5 \text{ m s}^{-2}$$

Portanto, as únicas forças que atuaram neste corpo são a força de reação normal e a força gravítica, pelo que as opções onde se apresentam uma força no sentido contrário do movimento do bloco estão incorretas, pois, se estas existissem, o módulo da aceleração do bloco seria maior. A verde, as componentes do peso do corpo.



Exame Nacional de 2020 - Época Especial

GRUPO I

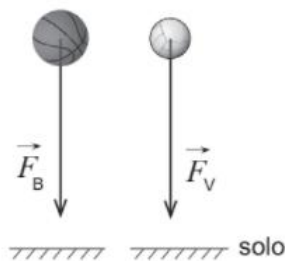
Lançaram-se verticalmente, de baixo para cima, uma bola de basquetebol, B, e uma bola de voleibol, V, sendo a massa da bola B superior à massa da bola V. Os lançamentos foram repetidos, alterando-se as condições iniciais.

Considere desprezável a resistência do ar e considere que as bolas podem ser representadas pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

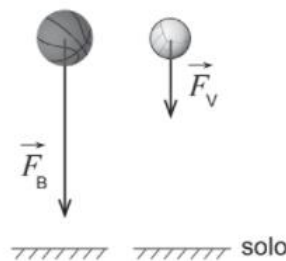
1. Considere o movimento de subida das bolas, após o lançamento.

Qual das opções pode representar, à mesma escala, a resultante das forças que atuam na bola de basquetebol, $\vec{F}_B$, e a resultante das forças que atuam na bola de voleibol, $\vec{F}_V$?

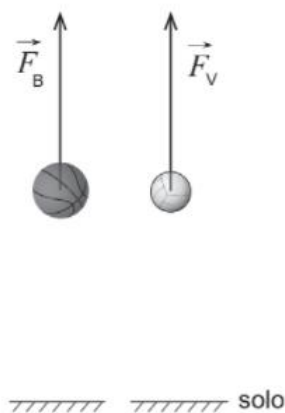
(A)



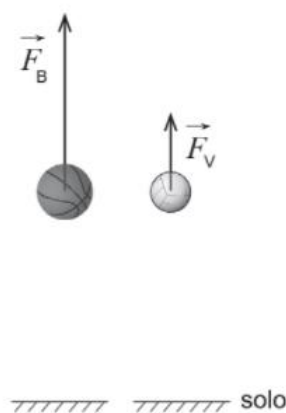
(B)



(C)



(D)



1. (B)

Durante o percurso das bolas B e V, desprezando a resistência do ar, a única força que atua sobre cada uma das bolas é igual à força gravítica, que será a força resultante, representada, respetivamente, por $\vec{F}_B$ e $\vec{F}_V$.

A força gravítica, $\vec{F}_g$, tem direção vertical e sentido descendente, pelo que se eliminam as opções (C) e (D). Todos os corpos que se encontram próximo da superfície da Terra e apenas sob a ação da gravidade têm a mesma aceleração, a aceleração gravítica, g . De acordo com a 2.ª Lei de Newton, $F_g = mg$.

Como $m(B) > m(V)$, vem $F_B > F_V$, o que está de acordo com a opção (B).

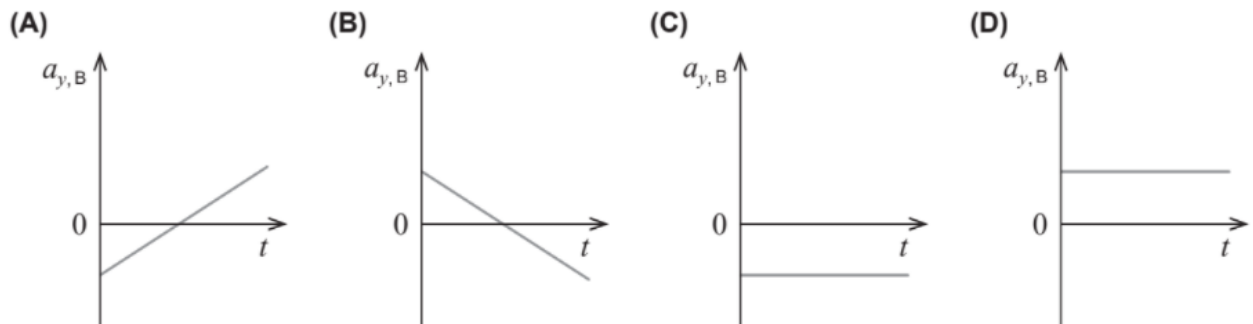
3. Num dos lançamentos efetuados, as duas bolas foram lançadas em simultâneo, tendo-se registado, em vídeo, o seu movimento. A análise desse vídeo permitiu determinar que, desde que as bolas foram lançadas até terem atingido o solo, as componentes escalares das suas posições, y_B e y_V , em relação a um referencial vertical Oy , variaram com o tempo, t , de acordo com as equações

$$y_B = 0,57 + 5,44t - 4,88t^2 \quad (\text{SI})$$

$$y_V = 1,93 + 3,61t - 4,89t^2 \quad (\text{SI})$$

- 3.1. Considere a componente escalar da aceleração da bola de basquetebol, $a_{y,B}$, em relação ao referencial Oy .

Qual dos esboços de gráfico seguintes pode representar a componente escalar da aceleração da bola de basquetebol, $a_{y,B}$, em função do tempo, t ?



- 3.2. Determine, utilizando exclusivamente as potencialidades gráficas da calculadora, a componente escalar da velocidade da bola de voleibol, $v_{y,V}$, em relação ao referencial Oy , no instante em que as duas bolas têm a mesma componente escalar da posição, y .

Mostre como chegou ao valor solicitado.

3.1. (C)

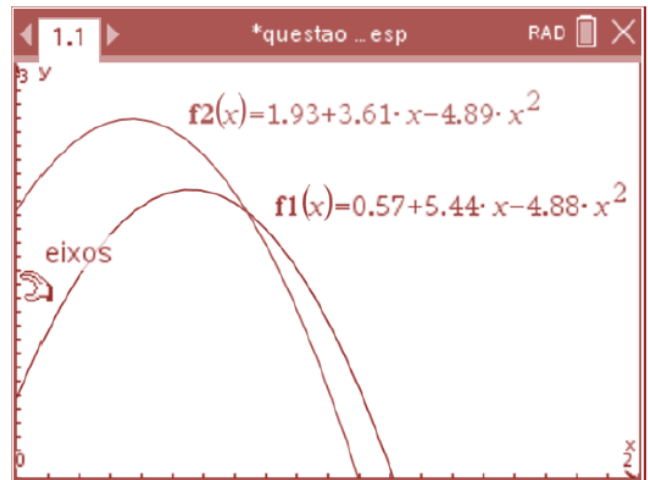
De acordo com o referencial escolhido e com a equação que representa o valor das componentes escalares das posições da bola B, em função do tempo, verifica-se que a componente escalar da aceleração, $a_{y,B}$, será:

$$\frac{1}{2} \times a_{y,B} = -4,88 \Leftrightarrow a_{y,B} = -9,76 \text{ m s}^{-2}$$

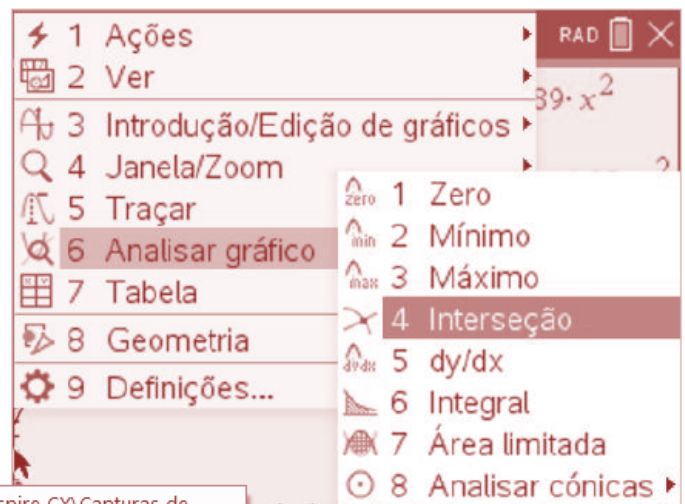
Conclui-se, assim, que a componente escalar da aceleração da bola de basquetebol em função do tempo é constante e negativa, o que está de acordo com a opção (C).

- 3.2. Utilizando uma calculadora gráfica e abrindo uma página de gráficos, introduzem-se as expressões das componentes escalares das posições da bola de basquetebol B (f1) e da bola de voleibol V (f2).

A figura ao lado representa os gráficos das duas funções.

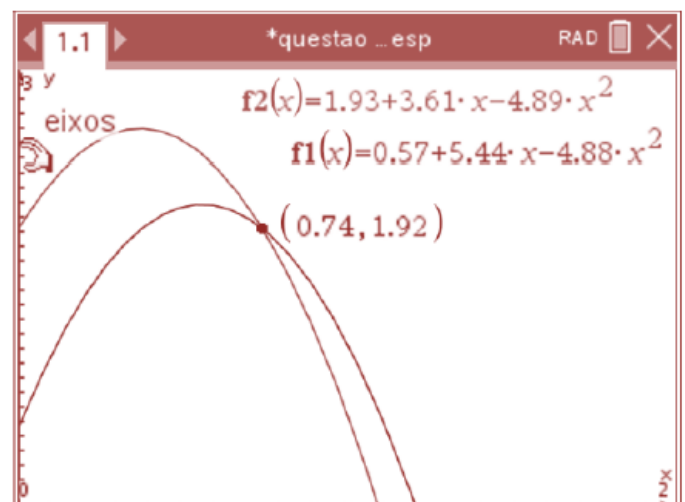


Seguidamente analisa-se o gráfico para determinar o ponto de interseção.

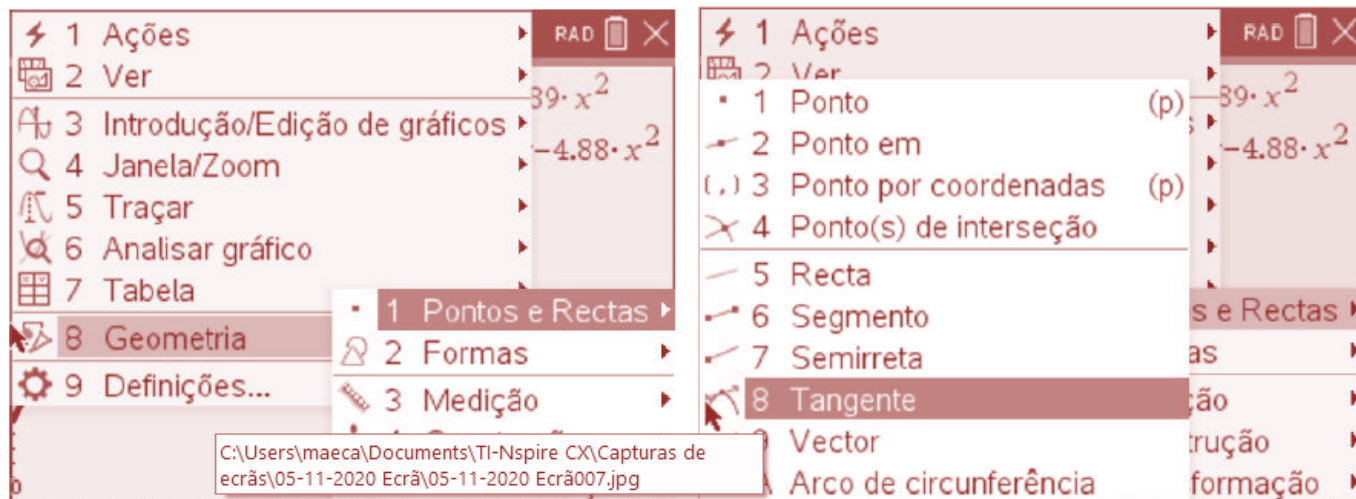


C:\Users\maeca\Documents\TI-Nspire CX\Capturas de ecrãs\05-11-2020 Ecrã\05-11-2020 Ecrã002.jpg

As coordenadas desse ponto são (0.74,1.92), ou seja, no instante 0,74 s as bolas têm a mesma componente escalar da posição, 1,92 m.



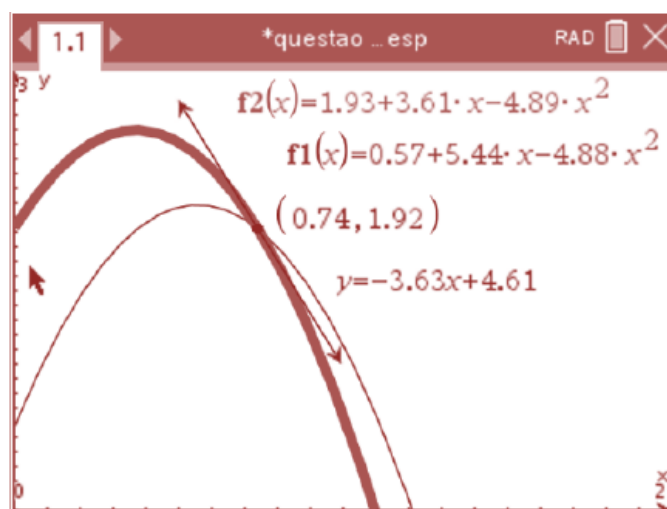
Sabendo que a componente escalar da velocidade é obtida a partir do declive da reta tangente ao gráfico da componente escalar da posição, em função do tempo, no instante em que as bolas têm a mesma componente escalar da posição, há que solicitar essa tangente ao gráfico f2, no instante 0,74 s.



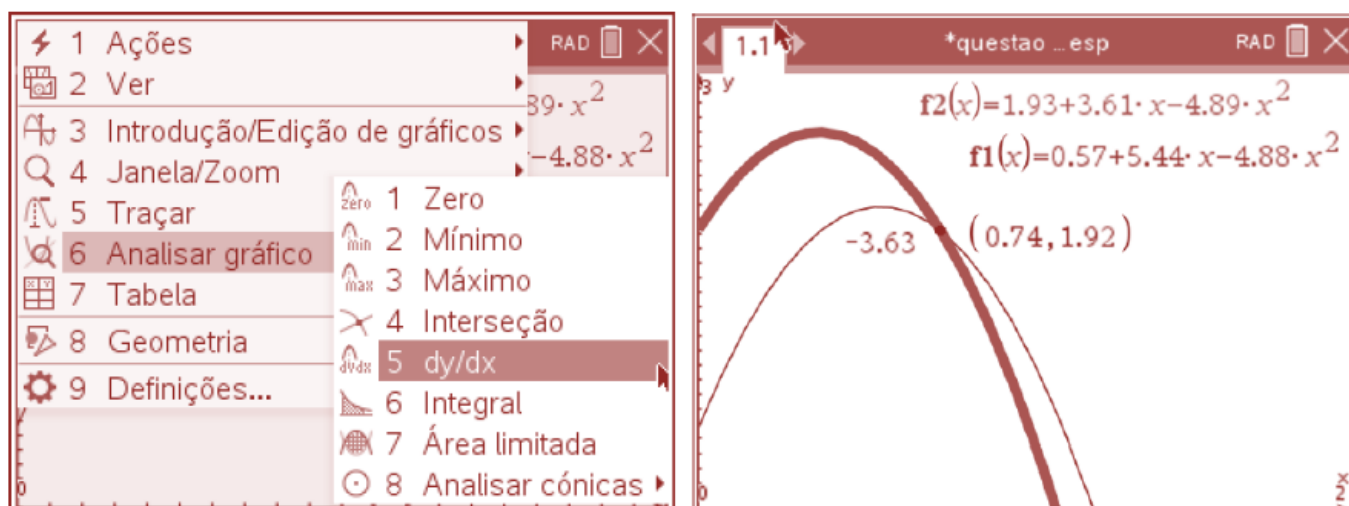
Na figura ao lado, surge o traçado dessa tangente no instante pretendido, assim como a respetiva expressão.

Verifica-se que o declive da tangente tem o valor de $-3,63$.

Conclui-se, assim, que a componente escalar da velocidade da bola de voleibol é $-3,63$ m/s.



Outro processo de responder à questão, depois de ter determinado o ponto de interseção, é pedir o valor da derivada da função f2 no instante 0,74 s.



O valor obtido é $-3,63$ m/s.

Exame Nacional de 2020 - 2.ª fase

GRUPO II

Um automóvel encontrava-se estacionado no cimo de uma rampa, como se representa na Figura 1 (que não está à escala), quando, acidentalmente, se destravou. Deslizou ao longo da rampa, com aceleração constante, até colidir com um motociclo que se encontrava parado.

Considere que, no movimento considerado, a resultante das forças dissipativas que atuaram no automóvel não foi desprezável, e considere que o automóvel pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

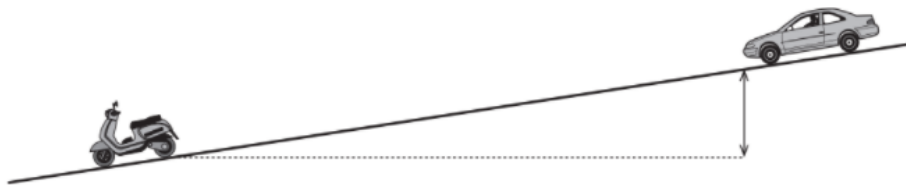


Figura 1

1. Considere a força $\vec{F}$ que constitui um par ação-reação com a força normal exercida pela rampa no automóvel.

A força $\vec{F}$ está aplicada _____, sendo a sua intensidade _____ intensidade da força gravítica que atua no automóvel.

- (A) na rampa ... menor do que a
(B) na rampa ... igual à
(C) no automóvel ... menor do que a
(D) no automóvel ... igual à

1. (A)

De acordo com a 3.ª Lei de Newton, como a força $\vec{F}$ é um par ação-reação com a força normal, $\vec{N}$, exercida pela rampa no automóvel, então a força $\vec{F}$ está aplicada na rampa, eliminando-se as opções (C) e (D).

A intensidade de $\vec{F}$ é igual à intensidade da componente normal da força gravítica ($F = F_g \cos \alpha$), sendo α o ângulo definido pela rampa com a superfície horizontal), logo menor do que a intensidade da força gravítica.

A opção correta é a (A).

2. Para uma mesma distância percorrida sobre a rampa, o trabalho realizado pela força gravítica que atua no automóvel

- (A) não depende da inclinação da rampa, mas depende da massa do automóvel.
(B) não depende da inclinação da rampa nem da massa do automóvel.
(C) depende da inclinação da rampa e da massa do automóvel.
(D) depende da inclinação da rampa, mas não depende da massa do automóvel.

2. (C)

O trabalho realizado pela força gravítica, para uma dada distância, d , é igual ao trabalho realizado pela sua componente tangencial, $\vec{F}_{gt}$, cuja intensidade é $F_{gt} = mg \sin \alpha$. Logo, o trabalho realizado pela força gravítica, $W_{\vec{F}_g} = mg \sin \alpha d$, que atua sobre o automóvel depende da inclinação da rampa (α) e da massa (m) deste, pelo que a opção correta é a (C).

4. O automóvel, de massa $1,2 \times 10^3$ kg, deslizou 80 m ao longo da rampa até colidir com o motociclo. A análise do acidente permitiu determinar que o módulo da velocidade do automóvel no instante da colisão era $7,5 \text{ m s}^{-1}$.

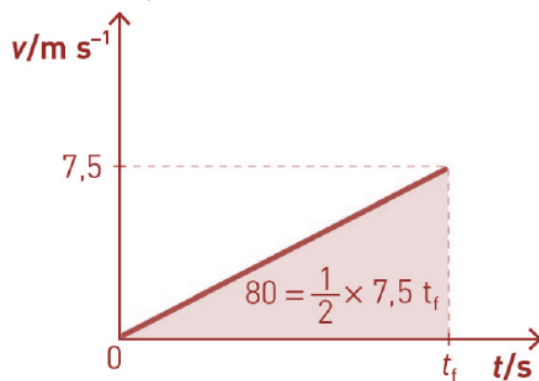
Considere que o desnível entre as posições inicial e final do automóvel era 7,0 m.

- 4.1. Determine o tempo que o automóvel demorou a percorrer aquela distância sobre a rampa, a partir de um esboço do gráfico do módulo da velocidade do automóvel em função do tempo (apresente esse esboço).

Mostre como chegou ao valor solicitado.

4.1. 21 s

Como a aceleração é constante durante o percurso, então o esboço do gráfico $v = f(t)$ é o de uma reta com $v_i = 0 \text{ m s}^{-1}$ (ver figura)



A área (de um triângulo) sob o gráfico $v = f(t)$ é numericamente igual à distância percorrida pelo automóvel.

$$80 = \frac{1}{2} \times 7,5 t_f \Leftrightarrow \frac{160}{7,5} = t_f \Leftrightarrow t_f = 21 \text{ s}$$

O tempo que o automóvel levou a percorrer 80 m sobre a rampa é 21 s.

GRUPO IV

Io, Europa, Ganimedes e Calisto são satélites de Júpiter que foram descobertos por Galileu, no início do século XVII.

Considere o movimento de translação destes satélites em torno de Júpiter e admita que as órbitas por eles descritas são aproximadamente circulares.

1. A aceleração de um satélite no seu movimento de translação em torno de Júpiter

- (A) depende do raio da órbita e da massa do satélite.
- (B) depende do raio da órbita, mas não depende da massa do satélite.
- (C) não depende do raio da órbita nem da massa do satélite.
- (D) não depende do raio da órbita, mas depende da massa do satélite.

1. (B)

A resultante das forças que atuam sobre o satélite é centrípeta e igual à força gravitacional.

$$F_c = F_g \Leftrightarrow m_s a_c = G \frac{m_j m_s}{r^2} \Leftrightarrow a_c = G \frac{m_j}{r^2}$$

A aceleração do satélite depende do raio da órbita, r , mas é independente da sua massa, m_s , sendo a opção correta a (B).

2. A massa de Júpiter pode ser determinada a partir de uma relação entre os períodos de translação, T , dos seus satélites e os raios, r , das órbitas por estes descritas, verificando-se que T^2 varia linearmente com r^3 .

Na tabela seguinte, apresentam-se os valores de r^3 e de T^2 dos satélites de Júpiter descobertos por Galileu.

Satélites	r^3 / m^3	T^2 / s^2
Io	$7,50 \times 10^{25}$	$2,34 \times 10^{10}$
Europa	$30,2 \times 10^{25}$	$9,41 \times 10^{10}$
Ganimedes	123×10^{25}	$38,2 \times 10^{10}$
Calisto	667×10^{25}	208×10^{10}

Determine a massa de Júpiter.

Na resposta:

- deduza a expressão de T^2 em função de r^3 , a partir da segunda lei de Newton e da lei da gravitação universal;
- apresente a equação da reta de ajuste ao gráfico de T^2 em função de r^3 (despreze a ordenada na origem);
- calcule o valor solicitado.

Explicite o seu raciocínio, indicando todos os cálculos efetuados.

2. $1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$

Como

$$F_R = F_g \Leftrightarrow m_s a_c = G \frac{m_j m_s}{r^2} \Leftrightarrow a_c = G \frac{m_j}{r^2} \quad (1)$$

Mas

$$a_c = \omega^2 r \text{ e } \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow a_c = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

Substituindo em (1), vem:

$$\frac{4\pi^2 r}{T^2} = G \frac{m_j}{r^2} \Leftrightarrow T^2 = \frac{4\pi^2}{G m_j} r^3 \quad (2)$$

A reta de ajuste a $T^2 = f(r^3)$, obtida na calculadora gráfica com os valores apresentados na tabela do enunciado, é:

$$T^2 = 3,119 \times 10^{-16} r^3 \text{ (SI)}$$

Comparando esta equação com a expressão (2), conclui-se que

$$3,119 \times 10^{-16} = \frac{4\pi^2}{G m_j} \Rightarrow 3,119 \times 10^{-16} = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} m_j} \Leftrightarrow m_j = \frac{4\pi^2}{6,67 \times 10^{-11} \times 3,119 \times 10^{-16}} = 1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$$

A massa de Júpiter é igual a $1,90 \times 10^{27} \text{ kg}$.

Exame Nacional de 2020 - 1.ª fase

GRUPO I

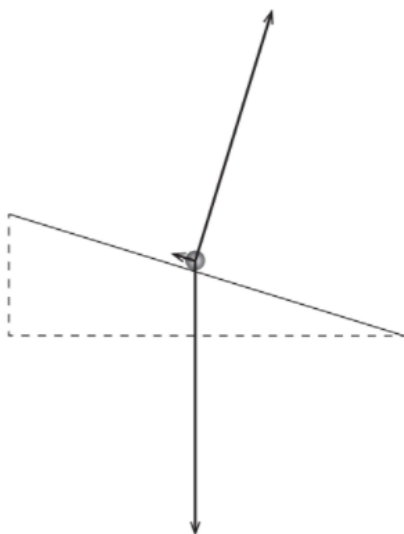
Recriando uma das famosas experiências realizadas por Galileu, estudou-se o movimento de translação de uma esfera largada sobre um plano inclinado.

Considere que a esfera pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

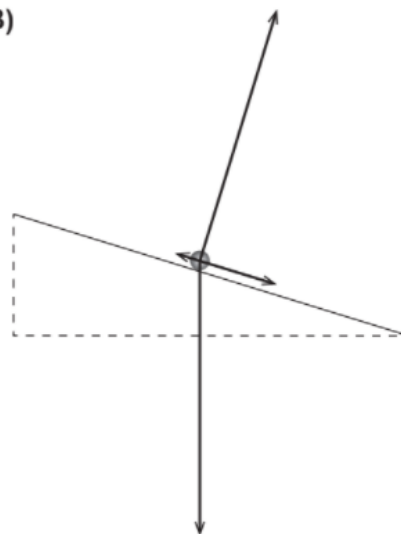
Admita que, em cada ensaio realizado, o módulo da velocidade da esfera aumentou proporcionalmente com o tempo decorrido e que a resultante das forças de atrito que atuaram na esfera não foi desprezável.

1. Qual dos diagramas pode representar, na mesma escala, as forças que atuam na esfera durante a descida no plano inclinado?

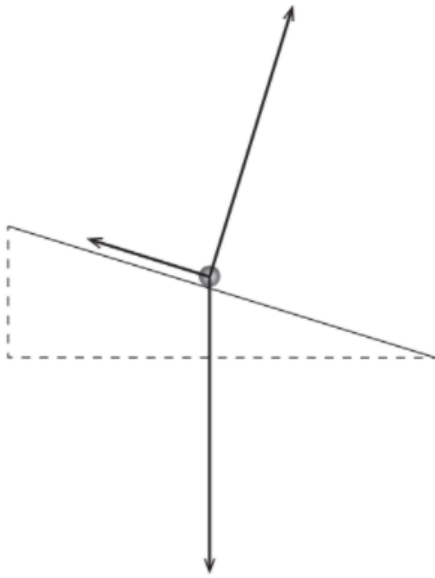
(A)



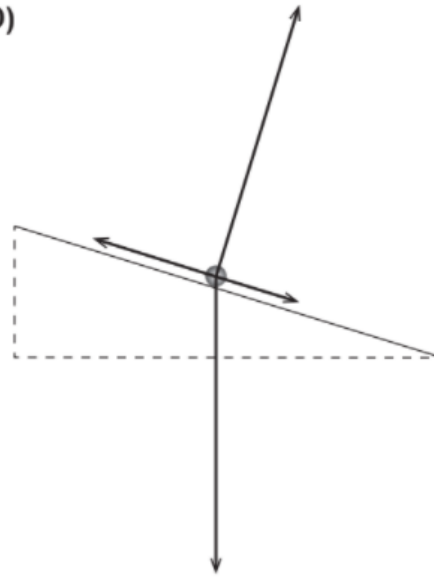
(B)



(C)



(D)



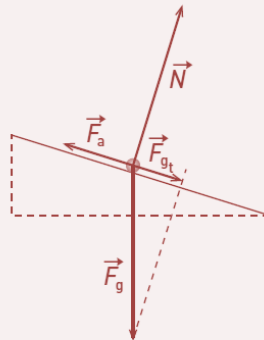
1.1. (A)

As forças que atuam sobre a esfera são: a força gravítica, vertical e com sentido de cima para baixo; a força de reação normal, perpendicular à superfície de apoio; a resultante das forças de atrito, paralela à superfície de apoio e com sentido ascendente, oposto ao do movimento. Assim, são eliminados os diagramas (B) e (D).

Dado que o módulo da velocidade aumenta proporcionalmente ao tempo decorrido, então, a resultante das forças que atuam sobre a esfera é paralela ao plano inclinado e com sentido descendente.

Desta análise, conclui-se que a intensidade da componente da força gravítica tangente à trajetória é superior à da resultante das forças de atrito, o que elimina o diagrama (C) (ver figura ao lado).

Do exposto, pode afirmar-se que o diagrama que pode representar as forças que atuam na esfera, durante a descida, é o representado em (A).



2. Na recriação da experiência de Galileu, foi utilizado um plano inclinado, de comprimento L , que está esquematizado na Figura 1.

Em dois dos ensaios realizados, a esfera foi largada de duas posições diferentes, A e B, tendo-se medido o tempo que a esfera demorou a atingir a posição C.

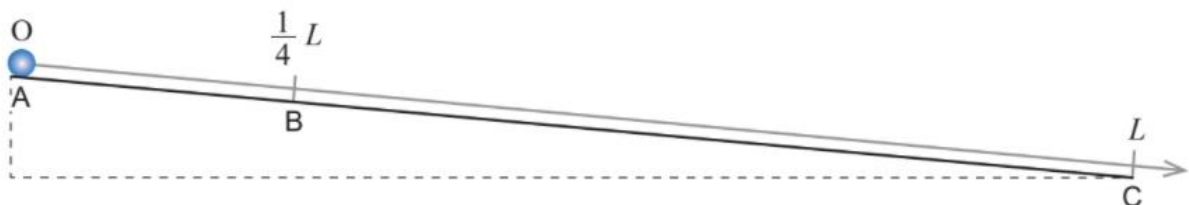


Figura 1

2.2. Considere que t_A e t_B são os tempos que a esfera demora a atingir a posição C quando é largada das posições A e B, respetivamente.

Determine o quociente desses tempos.

Mostre como chegou ao valor solicitado.

$$2.2. \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

Em ambas as situações, a esfera, após ser abandonada ($v_0 = 0$), fica animada de movimento retilíneo uniformemente variado, cuja expressão para as posições é:

$$x = x_0 + \frac{1}{2} a t^2$$

Assim, para o percurso:

• de A a C ($x_0 = 0$)

$$L = \frac{1}{2} a t_A^2 \quad (1)$$

• de B a C ($x_0 = \frac{1}{4} L$)

$$L = \frac{1}{4} L + \frac{1}{2} a t_B^2 \Leftrightarrow \frac{3}{4} L = \frac{1}{2} a t_B^2 \quad (2)$$

Dividindo a equação (1) pela equação (2), vem:

$$\frac{L}{\frac{3L}{4}} = \frac{\frac{1}{2} a t_A^2}{\frac{1}{2} a t_B^2} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{t_A^2}{t_B^2} \Leftrightarrow \frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{4}{3}}$$

O quociente entre os tempos que a esfera demora a atingir a posição quando abandonada das posições A e B, respetivamente, é $\frac{t_A}{t_B} = \sqrt{\frac{4}{3}}$.

3. Os tempos de descida da esfera sobre o plano inclinado foram medidos indiretamente a partir dos volumes de água vertidos por uma bureta. Assim, em cada ensaio realizado, abriu-se a torneira da bureta no instante em que a esfera foi largada sobre o plano inclinado e fechou-se a torneira da bureta no instante em que a esfera atingiu a base do plano.

3.2. Considere que, nos ensaios realizados, a bureta vertia, aproximadamente, $1,6 \text{ cm}^3$ de água em cada segundo.

A massa volúmica da água, nas condições em que foram realizados esses ensaios, é $1,0 \text{ g cm}^{-3}$.

3.2.2. Na tabela seguinte, estão registadas as distâncias, d , percorridas pela esfera, largada de diferentes posições sobre o plano inclinado, e os volumes, V , de água vertidos até a esfera atingir a base do plano.

d / m	V / cm^3
3,00	5,60
2,50	5,00
2,00	4,55
1,50	3,90
1,00	3,20

Determine o módulo da aceleração da esfera, em m s^{-2} , a partir da equação da reta de ajuste a um gráfico adequado.

Na resposta:

- apresente uma tabela com os valores a utilizar na construção do gráfico, identificando as variáveis consideradas;
- apresente a equação da reta de ajuste a esse gráfico;
- calcule o valor solicitado.

Explicita o seu raciocínio, indicando todos os cálculos efetuados.

3.2.2. $a = 0,488 \text{ m s}^{-2}$

Para determinar o módulo da aceleração, tem de se recorrer à expressão: $d = \frac{1}{2} a t^2$

Como $d = f(t^2)$ é linear, tem de se determinar o valor de t^2 para cada distância.

Dado que o volume de água vertido pela bureta é $1,6 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$, então, para cada distância, o tempo é:

$$t = \frac{V}{1,6} \text{ s} \Leftrightarrow t^2 = \left(\frac{V}{1,6} \right)^2 \text{ s}^2$$

Por exemplo, para $V = 3,00 \text{ cm}^3$, $t^2 = \left(\frac{3,00}{1,6} \right)^2 = 3,52 \text{ s}^2$.

Na tabela ao lado constam as distâncias e o quadrado dos respetivos tempos necessários para determinar a reta de ajuste ao gráfico $d = f(t^2)$.

d / m	t^2 / s^2
3,00	12,3
2,50	9,77
2,00	8,09
1,50	5,94
1,00	4,00

Recorrendo à calculadora gráfica, a equação da reta de ajuste ao gráfico $d = f(t^2)$ é:

$$d = 4,35 \times 10^{-2} + 0,244 t^2 \text{ (SI)}$$

O declive (0,244) da reta é igual a:

$$0,244 = \frac{1}{2} a \Leftrightarrow a = 2 \times 0,244 = 0,488 \text{ m s}^{-2}$$

O módulo da aceleração do movimento da esfera é $0,488 \text{ m s}^{-2}$.

GRUPO II

1. Na Figura 3, apresentam-se os gráficos do módulo da velocidade, v , de duas gotas de água, A e B, de diferentes diâmetros, em queda vertical, em função da distância, d , percorrida pelas gotas.

Considere que as gotas de água podem ser representadas pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

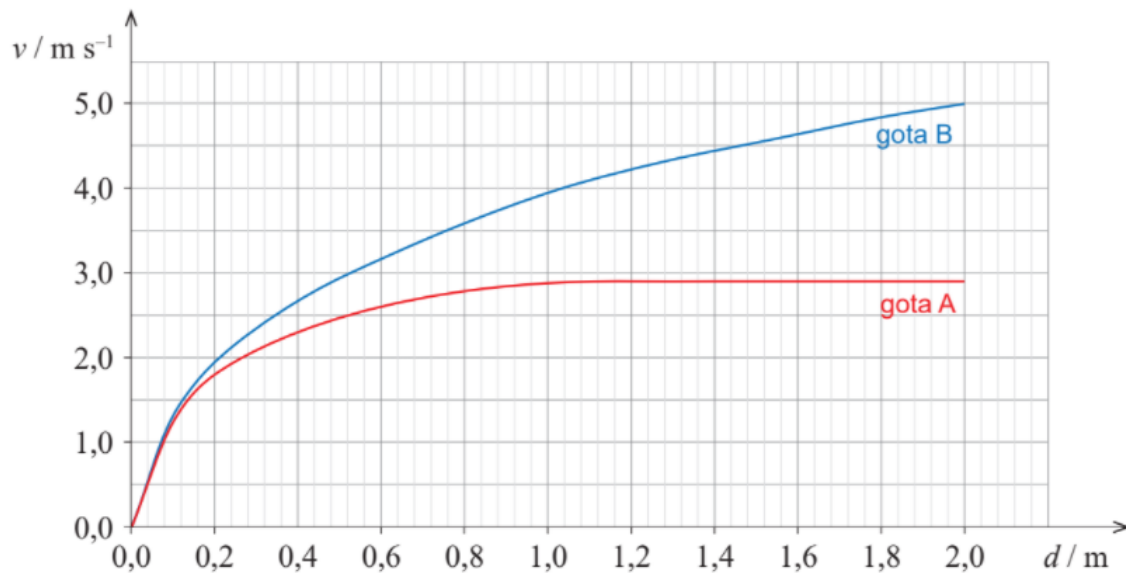


Figura 3

- 1.1. Considere o deslocamento total de 2,0 m da gota A.

Sejam $\vec{F}_g$ e $\vec{F}_{ar}$ as forças gravítica e de resistência do ar, respetivamente, que atuam na gota A.

O trabalho realizado por $\vec{F}_g$ é _____ variação da energia potencial gravítica do sistema gota A + Terra e é, em módulo, _____ do que o trabalho realizado por $\vec{F}_{ar}$.

- (A) simétrico da ... menor
 (B) igual à ... menor
 (C) simétrico da ... maior
 (D) igual à ... maior

1.1. (C)

O trabalho realizado pela força gravítica, força conservativa, é simétrico da variação de energia potencial, pelo que as opções (B) e (D) são eliminadas.

Da análise do gráfico $v = f(d)$, para a gota A, verifica-se que, até 1,0 m de deslocamento, o módulo da velocidade aumenta, pelo que a resultante das forças tem o sentido descendente e, conseqüentemente, o módulo do trabalho realizado pela força gravítica (descendente) é maior do que o realizado pela resistência do ar (ascendente). Contudo, de 1,0 m a 2,0 m, o módulo da velocidade é constante, logo a resultante das forças é nula, pelo que o trabalho realizado pela força gravítica e o realizado pela resistência do ar são, em módulo, iguais. Assim, durante os 2,0 m, pode afirmar-se que o módulo do trabalho realizado pela força gravítica é maior do que o módulo do trabalho realizado pela resistência do ar, pelo que a opção correta é a (C).

1.2. Conclua se a intensidade da resultante das forças que atuam na gota A é maior nos primeiros 0,1 m ou nos últimos 0,1 m da queda a que se refere o gráfico da Figura 3.

Mostre como chegou à conclusão solicitada.

1.2. Da análise do gráfico $v = f(d)$, para a gota A, verifica-se que:

- nos primeiros 0,1 m, o módulo da velocidade aumenta, logo a resultante das forças que sobre ela atuam é não nula;
- nos últimos 0,1 m, o módulo da velocidade é constante, logo a resultante das forças que sobre ela atuam é nula.

Assim, pode concluir-se que a intensidade da resultante das forças que atuam na gota A, nos primeiros 0,1 m, é maior do que nos últimos 0,1 m.

GRUPO III

1. Na Figura 5 (que não se encontra à escala), está representado um carrinho de brincar, de massa m , que é largado da posição A, sobre um plano inclinado. O carrinho desce esse plano, passa nas posições B e C e inverte o sentido do movimento na posição D.

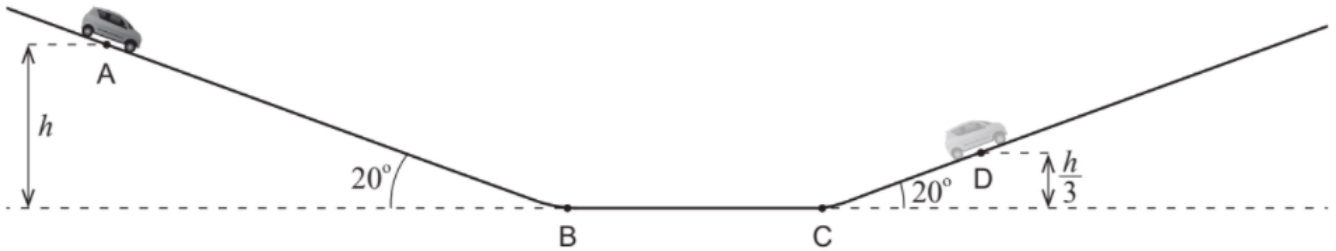


Figura 5

Admita que a intensidade da resultante das forças dissipativas que atuam no carrinho se mantém constante nos percursos entre as posições A e B e entre as posições C e D.

Entre as posições B e C, as forças dissipativas que atuam no carrinho são desprezáveis.

Considere que o carrinho pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

- 1.4. Considere o movimento do carrinho na descida do plano inclinado, a partir da posição A. Se a altura h for 40 cm, o carrinho atingirá a posição B com velocidade de módulo $2,0 \text{ m s}^{-1}$.

Considere um referencial Ox coincidente com a trajetória do carrinho, com origem na posição A e com o sentido do movimento.

Determine a componente escalar da aceleração, a_x , do carrinho, segundo o eixo Ox , no seu movimento entre as posições A e B.

Utilize as equações do movimento $x(t)$ e $v(t)$.

Apresente todas as etapas de resolução, explicitando todos os cálculos efetuados.

1.4. $a_x = 1,7 \text{ m s}^{-2}$

$$h = 40 \text{ cm} = 0,40 \text{ m}; v_A = 0,0 \text{ m s}^{-1}; \alpha = 20^\circ; v_B = 2,0 \text{ m s}^{-1}; x_A = 0,0 \text{ m} \quad x_B = 0,0 \text{ m}$$

A posição final, x_B , do carrinho é:

$$x_B = \frac{h}{\sin \alpha} \Rightarrow x_B = \frac{0,40}{\sin 20^\circ} = 1,17 \text{ m}$$

De acordo com o referencial definido e as condições iniciais do movimento tem-se:

$$x_B = \frac{1}{2} a_x t^2 \quad (1)$$

e

$$v_B = a_x t \Leftrightarrow t = \frac{v_B}{a_x}$$

Substituindo esta expressão na expressão (1), vem:

$$x_B = \frac{a_x \times v_B^2}{2a_x^2} \Leftrightarrow x_B = \frac{v_B^2}{2a_x} \Leftrightarrow a_x = \frac{v_B^2}{2x_B} \Rightarrow a_x = \frac{2,0^2}{2 \times 1,17} \Rightarrow a_x = 1,7 \text{ m s}^{-2}$$

A componente escalar da aceleração do carrinho é $1,7 \text{ m s}^{-2}$.

2. Galileu idealizou uma experiência na qual uma esfera, largada sempre de uma mesma altura h sobre um plano inclinado, subiria, na ausência de forças de atrito, um segundo plano inclinado até à altura da qual tinha sido largada, qualquer que fosse a inclinação θ do segundo plano.

Esta situação está representada na Figura 6.

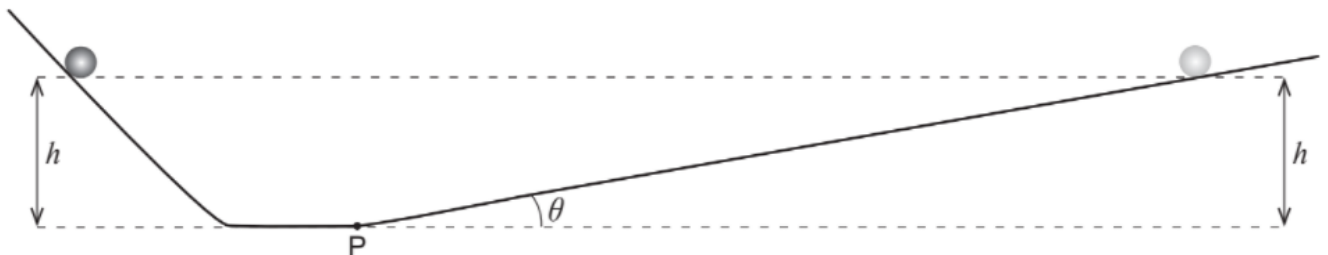


Figura 6

Considere que a esfera pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

- 2.1. Na subida do segundo plano, desde a posição P até à posição de altura h ,

- (A) a resultante das forças que atuam na esfera não depende de θ .
- (B) a soma dos trabalhos realizados pelas forças que atuam na esfera depende de θ .
- (C) o trabalho realizado pela força gravítica que atua na esfera não depende de θ .
- (D) a intensidade da força gravítica que atua na esfera depende de θ .

2.1. (C)

A intensidade da resultante das forças que atuam sobre a esfera na rampa é igual à intensidade da componente tangencial da força gravítica que depende do ângulo θ ($F_{gt} = F_g \sin \theta$), pelo que a opção (A) é eliminada.

O trabalho total realizado sobre a esfera é igual ao trabalho realizado pela força gravítica. Esta é uma força constante e conservativa, cujo trabalho é independente da trajetória e depende apenas da diferença de nível, h , entre as posições inicial e final. Desta forma, conclui-se que a opção correta é a (C).

2.2. Que tipo de movimento teria a esfera a partir da posição P, se a amplitude do ângulo θ fosse 0° ?

2.2. Movimento retilíneo uniforme

Se a partir de P o ângulo θ fosse igual a zero, a esfera deslocar-se-ia sobre uma superfície horizontal. Neste caso, dado que as forças de atrito são desprezáveis, a resultante das forças seria nula e a velocidade da esfera seria constante, pelo que estaria animada de movimento retilíneo uniforme.

Exame Nacional de 2019 - 2.ª fase

GRUPO V

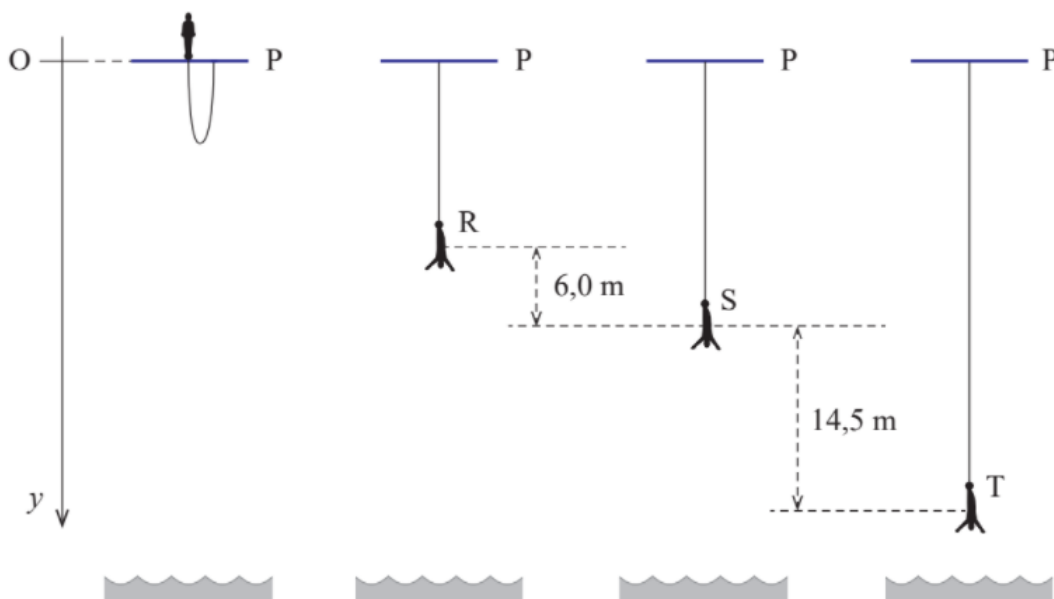
O *bungee jumping* é um desporto radical em que um atleta cai de uma altura apreciável, preso a um cabo elástico que, ao esticar, exerce uma força sobre o atleta.

Na Figura 5 (que não se encontra à escala), estão representadas posições de um atleta de massa 72 kg, que cai a partir da plataforma P.

Admita que o atleta inicia o seu movimento de queda vertical com velocidade inicial nula, caindo livremente até à posição R. A partir da posição R, o cabo elástico começa a esticar, passando a exercer uma força no atleta. Na posição S, o atleta atinge a velocidade máxima, de módulo $18,7 \text{ m s}^{-1}$, e, na posição T, inverte o sentido do seu movimento.

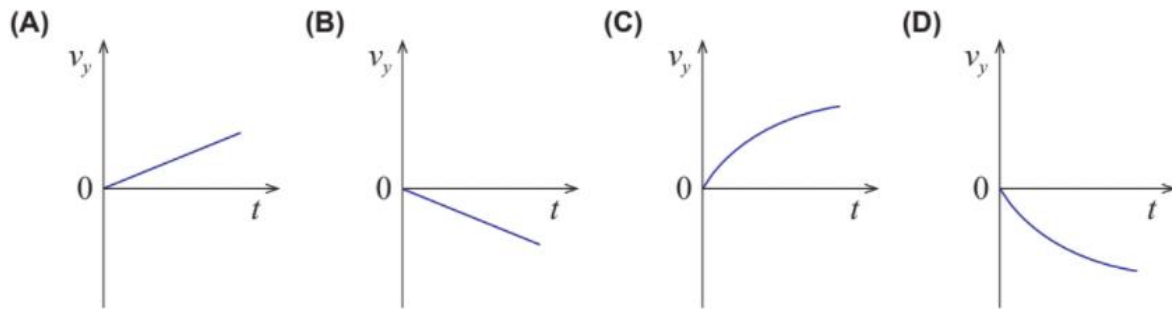
Considere o referencial Oy representado na figura.

Admita que o atleta pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e considere desprezáveis a massa do cabo e a força de resistência do ar.



1. Considere o movimento de queda livre do atleta até à posição R.

1.1. Qual dos esboços de gráfico seguintes pode representar a componente escalar da velocidade, v_y , do atleta, segundo o referencial Oy considerado, em função do tempo, t , naquele movimento?



1.1. (A)

Dado que o atleta está em queda livre até à posição R, está apenas sujeito à força gravítica, cuja aceleração é constante, pelo que a componente escalar da velocidade aumenta linearmente em função do tempo, sendo positiva de acordo com a figura 5 do enunciado. A opção correta é a (A).

1.2. Naquele movimento, a energia cinética do atleta aumenta proporcionalmente com

- (A) o módulo da velocidade do atleta.
- (B) o módulo da aceleração do atleta.
- (C) a intensidade da força que o cabo exerce no atleta.
- (D) a distância percorrida pelo atleta.

1.2. (D)

Uma vez que na queda vertical de P a R apenas atua a força gravítica, vertical e com o sentido do movimento, e que o atleta parte do repouso, pode escrever-se, recorrendo ao Teorema da Energia Cinética, $E_c = F_g d \cos 0^\circ$, em que d é a distância percorrida. Assim, a energia cinética é, em qualquer instante da queda, diretamente proporcional à distância percorrida pelo atleta, sendo a opção correta a (D).

Admita que o atleta atinge a posição R com velocidade de módulo $17,0 \text{ m s}^{-1}$.

3. À medida que o cabo estica, o seu comprimento aumenta, e a intensidade da força que o cabo exerce no atleta, F_{cabo} , também aumenta. Entre a posição R e a posição T, a um aumento do comprimento do cabo de $1,0 \text{ m}$ corresponde, em média, um aumento da intensidade daquela força de 120 N .

Determine a componente escalar da aceleração, a_y , do atleta na posição T, em relação ao referencial Oy considerado.

Apresente todas as etapas de resolução, explicitando todos os cálculos efetuados.

3. -24 m s^{-2}

O aumento do comprimento do cabo entre R e T é $d = 6,0 + 14,5 \Leftrightarrow d = 20,5 \text{ m}$.

Considerando que o aumento da intensidade da força exercida pelo cabo é uma função linear do aumento do comprimento deste, então, para a posição T, tem-se:

$$F_{\text{cabo}} = \frac{120}{1,0} \times 20,5 \Leftrightarrow F_{\text{cabo}} = 2,46 \times 10^3 \text{ N}$$

Para determinar a componente escalar da aceleração, e de acordo com a Segunda Lei de Newton, tem de se calcular a intensidade da resultante das forças que atuam sobre o atleta na posição T, que são a força gravítica, F_g , descendente, e a força exercida pelo cabo, F_{cabo} , ascendente.

$$F_R = F_g - F_{\text{cabo}} \Leftrightarrow F_R = mg - F_{\text{cabo}} \Rightarrow F_R = 72 \times 10 - 2,46 \times 10^3 = -1,74 \times 10^3 \text{ N}$$

$$\text{Como } F_R = ma_y \Rightarrow -1,74 \times 10^3 = 72a_y \Leftrightarrow a_y = \frac{-1,74 \times 10^3}{72} = -24 \text{ m s}^{-2}$$

A componente escalar da aceleração do atleta na posição T é igual a -24 m s^{-2} .

4. Admita que, no intervalo de tempo $[1,7; 3,0] \text{ s}$, o módulo da velocidade, v , do atleta varia com o tempo, t , de acordo com a equação

$$v = 18,7 \cos(1,29t - 2,62) \quad (\text{SI})$$

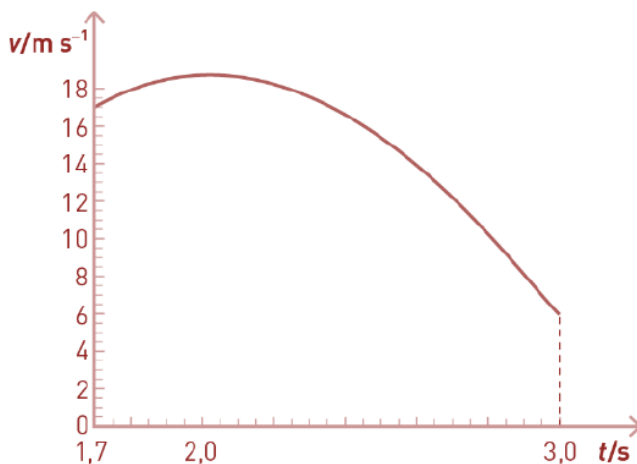
na qual o ângulo (argumento do cosseno) está expresso em radianos.

Determine entre que instantes a aceleração tem o sentido do movimento.

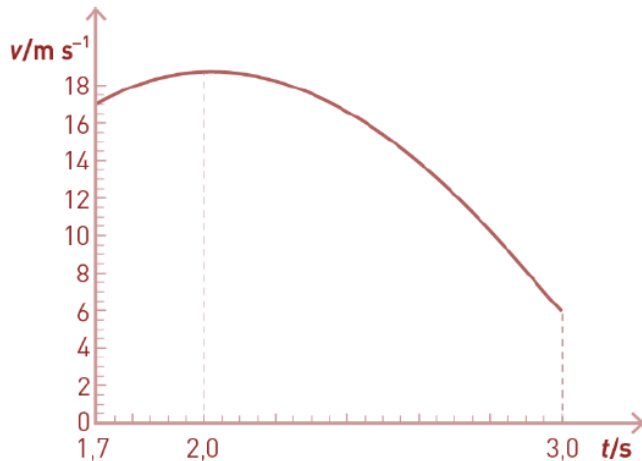
Na sua resposta, apresente o esboço do gráfico (obtido na calculadora) que traduz o módulo da velocidade, v , do atleta em função do tempo, t , no intervalo de tempo $[1,7; 3,0] \text{ s}$.

Mostre como chegou aos valores solicitados.

4. O esboço do gráfico do módulo da velocidade, em função do tempo, para o intervalo de tempo $[1,7; 3,0] \text{ s}$, obtido na calculadora, está representado na figura seguinte.



A aceleração do atleta tem o sentido do movimento no intervalo de tempo em que o módulo da velocidade aumenta (movimento acelerado). Da análise do esboço do gráfico $v = f(t)$, verifica-se que o módulo da velocidade aumenta durante o intervalo de tempo de 1,7 s a 2,0 s (ver figura).



Assim, pode concluir-se que a aceleração tem o mesmo sentido do movimento, ou seja, da velocidade, entre os instantes 1,7 s e 2,0 s.

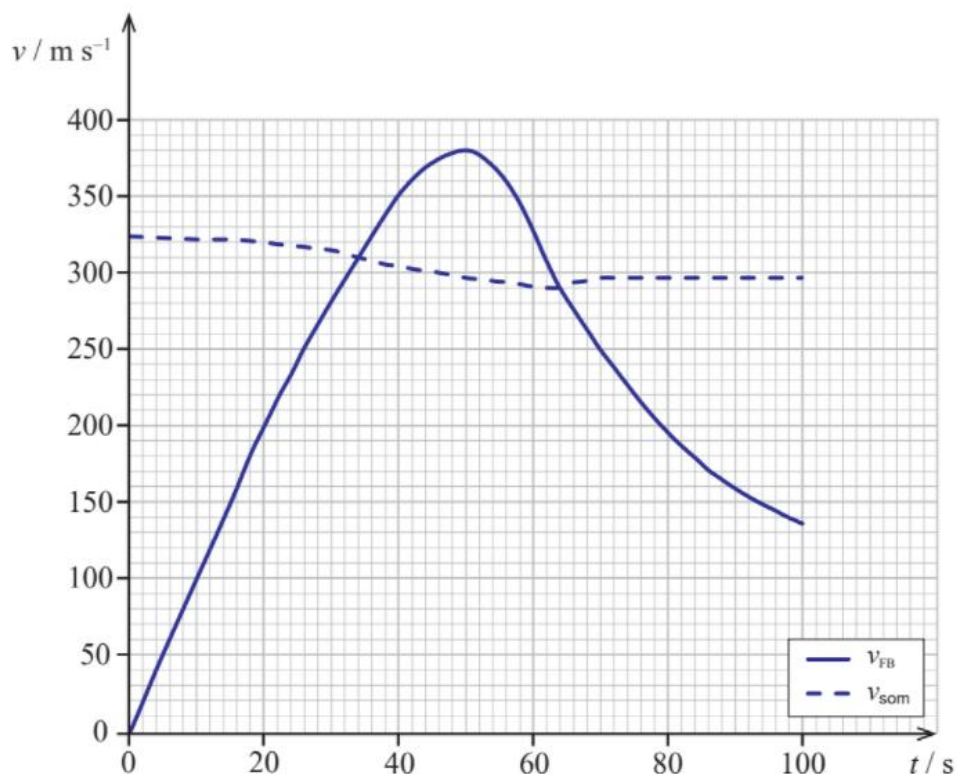
Exame Nacional de 2019 - 1.ª fase

GRUPO VI

3. No salto que realizou desde a estratosfera até à Terra, Felix Baumgartner (FB) foi o primeiro homem a quebrar a barreira do som sem qualquer veículo propulsor.

Considere que a queda de FB em direção à Terra foi aproximadamente vertical.

Na Figura 5, apresentam-se, para os primeiros 100 s de queda, os gráficos do módulo da velocidade, v_{FB} , e da altitude, h , de FB, em função do tempo, t . Na figura, está também representada uma linha a tracejado, que traduz o modo como variou o módulo da velocidade do som, v_{som} , ao longo da trajetória percorrida, durante aquele intervalo de tempo.



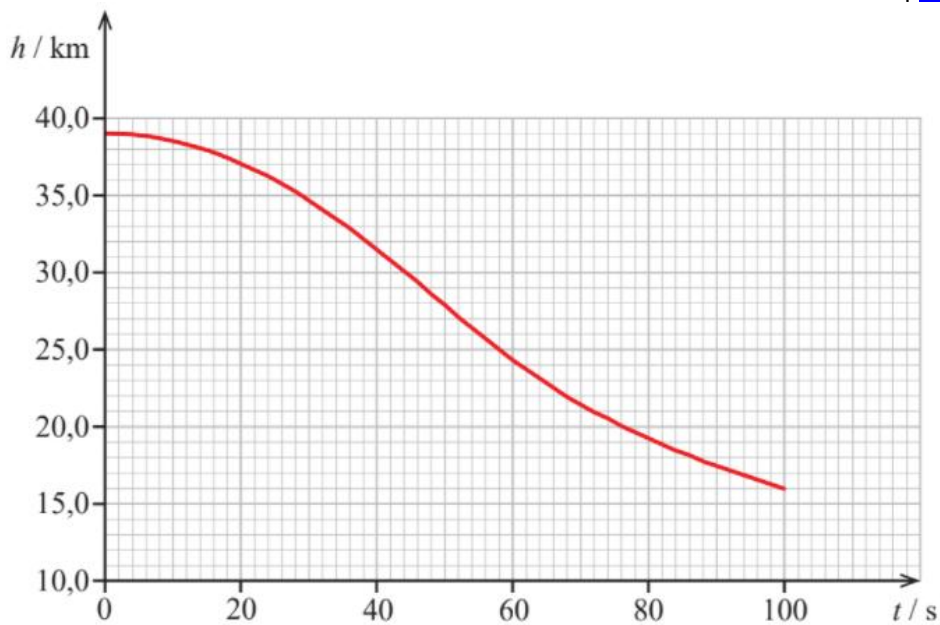


Figura 5

Considere que o conjunto *FB + equipamento* pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e que a variação da aceleração gravítica com a altitude é desprezável.

3.1. Qual foi o sentido da resultante das forças que atuaram sobre o conjunto *FB + equipamento*, nos primeiros 40 s de queda?

3.1 A resultante das forças que atuaram sobre o conjunto *FB + equipamento*, nos primeiros 40 s de queda, tem sentido de cima para baixo.

[Nos primeiros 40 s de queda, a velocidade do conjunto *FB + equipamento* aumenta, por isso, a resultante das forças tem o sentido do movimento.]

3.2. Qual foi, aproximadamente, a distância percorrida pelo conjunto *FB + equipamento*, no intervalo de tempo em que o módulo da sua velocidade aumentou?

- (A) 19 km (B) 11 km (C) 23 km (D) 28 km

3.2 Versão 1 – (B); Versão 2 – (C)

[A velocidade do conjunto *FB + equipamento* aumenta nos primeiros 50 s de queda. No instante inicial, o conjunto encontra-se à altitude $h(0) = 39,0$ km, e, ao atingir a velocidade máxima, a altitude do conjunto é $h(50 \text{ s}) = 28,0$ km, portanto, a distância percorrida pelo conjunto enquanto a velocidade aumenta é $d = (39,0 - 28,0) \text{ km} = 11 \text{ km}$.]

3.3. No intervalo de tempo $[50, 60]$ s, o módulo da aceleração do conjunto *FB + equipamento* _____, e a intensidade da resultante das forças que nele atuaram _____.

- (A) aumentou ... aumentou (B) aumentou ... diminuiu
(C) diminuiu ... diminuiu (D) diminuiu ... aumentou

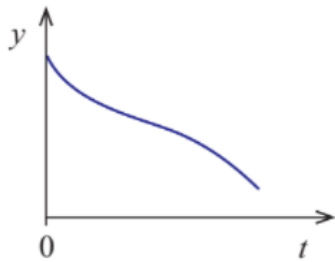
3.3 Versão 1 – (A); Versão 2 – (B)

[O módulo da aceleração, que é dado pelo módulo do declive ao gráfico $v(t)$, aumentou no intervalo $[50, 60]$ s. A intensidade da resultante das forças que atuaram no conjunto é diretamente proporcional ao módulo da aceleração, por isso, também aumenta naquele intervalo de tempo.]

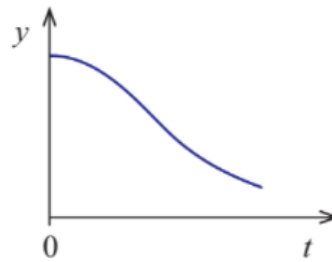
3.5. Considere um referencial unidimensional Oy vertical, com sentido de cima para baixo.

Qual dos esboços de gráfico seguintes poderá representar a componente escalar da posição, y , do conjunto *FB + equipamento*, em relação ao referencial Oy , em função do tempo, t , nos primeiros 100 s de queda?

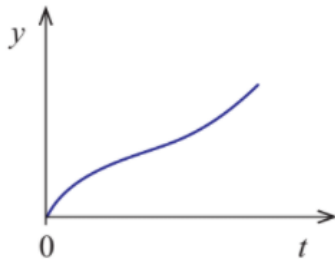
(A)



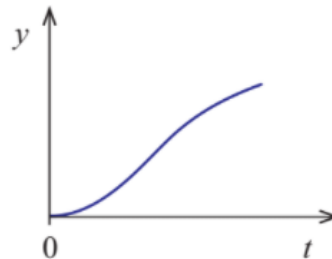
(B)



(C)



(D)



3.5 Versão 1 – (D); Versão 2 – (B)

[O conjunto move-se de cima para baixo, ou seja, no sentido positivo do referencial Oy , logo, y aumenta ao longo do tempo. Nos primeiros 50 s, o declive das tangentes ao gráfico $y(t)$, o módulo da velocidade, vai aumentando (no instante $t = 0$, o declive da tangente ao gráfico $y(t)$ é nulo). No intervalo $[50, 100]$ s, o declive das tangentes ao gráfico $y(t)$, o módulo da velocidade, vai diminuindo.

De facto, o gráfico $y(t)$ pretendido pode obter-se a partir do gráfico $h(t)$, por simetria na vertical, tomando para origem a posição inicial e o sentido positivo o da diminuição da altitude: inversão do gráfico em relação a um eixo horizontal que passa por $h(0) = 39,0$ km.]

GRUPO I

1. Um carrinho telecomandado, de massa 400 g, move-se numa pista retilínea, coincidente com um referencial unidimensional, Ox .

Admita que o carrinho pode ser representado pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

Na Figura 1, encontra-se representado o gráfico da componente escalar da velocidade, v_x , desse carrinho, segundo o referencial Ox considerado, em função do tempo, t .

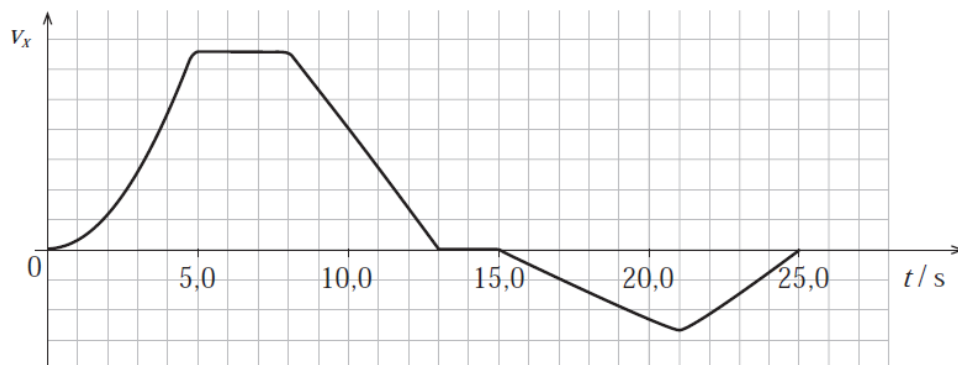


Figura 1

- 1.1. Em que intervalo de tempo esteve o carrinho parado?

1.1. [13,0; 15,0] s

O carrinho esteve parado no intervalo de tempo em que a componente escalar da velocidade é nula. Da análise do gráfico $v_x = f(t)$, representado na Figura 1 do enunciado, verifica-se que $v_x = 0$ no intervalo de tempo de 13,0 s a 15,0 s.

- 1.2. Durante _____, no total, o carrinho moveu-se no sentido _____ do referencial Ox considerado.

- (A) 9,0 s ... positivo
- (B) 11,0 s ... negativo
- (C) 6,0 s ... negativo
- (D) 13,0 s ... positivo

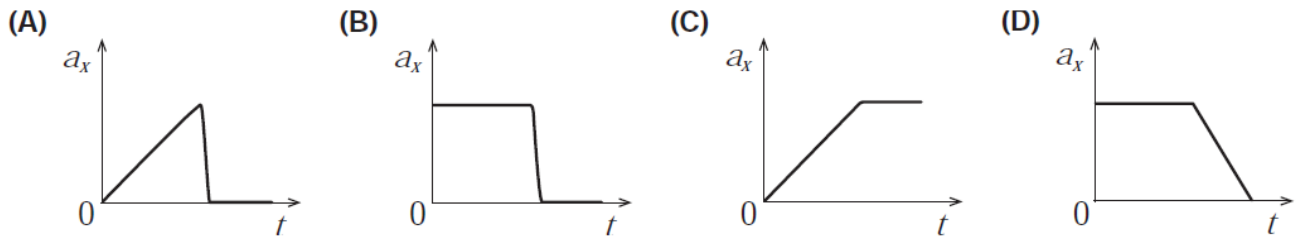
1.2. (D)

O carrinho desloca-se no sentido positivo do referencial considerado, quando o valor da componente escalar da velocidade é positivo, e no sentido negativo, quando o valor desta componente é negativo. Assim, e da análise do gráfico da Figura 1, verifica-se que:

- no intervalo de tempo [0,0; 13,0] s, no total 13,0 s, desloca-se no sentido positivo;
- no intervalo de tempo [15,0; 25,0] s, no total 10,0 s, desloca-se no sentido negativo.

Desta análise, conclui-se que a opção correta é a (D).

- 1.3. Qual dos esboços de gráfico seguintes pode representar a componente escalar da aceleração, a_x , do carrinho, segundo o referencial Ox , em função do tempo, t , no intervalo de tempo $[0,0; 8,0]$ s?



1.3. (A)

No intervalo de tempo considerado, $[0,0; 8,0]$ s, verifica-se (Figura 1) que de $0,0$ s a $5,0$ s a componente escalar da velocidade aumenta, logo o movimento é acelerado, mas que de $5,0$ s a $8,0$ s o valor desta componente é constante, pelo que o movimento é retilíneo e uniforme, logo o valor da componente escalar da aceleração é nulo, por isso eliminam-se as opções (C) e (D).

Dado que no intervalo de tempo $[0,0; 5,0]$ s o gráfico da componente escalar da velocidade é uma parábola cujo declive da reta que lhe é tangente em cada instante, correspondente ao valor da componente escalar da aceleração, está a aumentar em função do tempo, conclui-se que a_x aumenta, pelo que a opção correta é a (A).

- 1.4. No intervalo de tempo $[8,0; 13,0]$ s, o carrinho percorreu $3,2$ m.

Calcule, sem recorrer a conceitos energéticos, a intensidade da resultante das forças que atuam no carrinho, nesse intervalo de tempo.

Apresente todas as etapas de resolução.

1.4. 0,10 N

$$m = 400 \text{ g} = 0,400 \text{ kg}$$

$$\Delta x = 3,2 \text{ m}; \Delta t = 13,0 - 8,0 = 5,0 \text{ s}$$

$$F_R = ?$$

Do gráfico da Figura 1, verifica-se que no intervalo de tempo considerado o movimento do carrinho dá-se no sentido positivo ($v_x > 0$) com movimento retilíneo uniformemente retardado ($a_x < 0$), cujas equações paramétricas para a velocidade e para as posições são, respetivamente:

$$v = v_{8,0s} - a \Delta t \quad \text{e} \quad \Delta x = v_{8,0s} \Delta t - \frac{1}{2} a (\Delta t)^2$$

Como $v = 0 \text{ m s}^{-1}$, então:

$$0 = v_{8,0s} - 5,0a \Leftrightarrow v_{8,0s} = 5,0a$$

Substituindo na equação das posições, tem-se:

$$3,2 = 5,0 \times 5,0a - \frac{1}{2} a \times 5,0^2 \Leftrightarrow 6,4 = (50,0 - 25,0)a \Leftrightarrow a = \frac{6,4}{25,0} \Leftrightarrow a = 0,26 \text{ m s}^{-2}$$

Da Lei Fundamental da Dinâmica, a resultante das forças é:

$$F_R = m a \Leftrightarrow F_R = 0,400 \times 0,26 \Leftrightarrow F_R = 0,10 \text{ N}$$

A intensidade da resultante das forças que atuam sobre o carrinho, no intervalo de tempo $[8,0; 13,0]$ s, é $0,10$ N.

GRUPO I

1. Uma bola é lançada verticalmente para cima, numa situação em que a resistência do ar é desprezável.

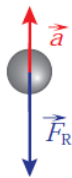
Considere que a bola pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

Em relação a um referencial unidimensional, Oy , com origem no solo e sentido positivo de baixo para cima, a componente escalar da posição, y , da bola é descrita pela equação

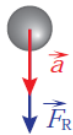
$$y = 1,20 + 6,0t - 5,0t^2 \quad (\text{SI})$$

- 1.1. Qual das opções pode representar a aceleração, $\vec{a}$, da bola e a resultante das forças, $\vec{F}_R$, que nela atuam durante a subida?

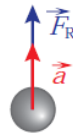
(A)



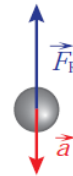
(B)



(C)



(D)



1.1. (B)

Comparando a lei das posições do movimento uniformemente variado, $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, com a equação da componente escalar da posição, $y = 1,20 + 6,0t - 5,0t^2$, verifica-se que:

$$\frac{1}{2} a = -5,0 \Leftrightarrow a = -10 \text{ m s}^{-2}$$

o que implica que o vetor aceleração tem sentido negativo, isto é, sentido de cima para baixo, pelo que se eliminam as opções (A) e (C).

Da 2.ª Lei de Newton, $\vec{F}_R = m \vec{a}$, a aceleração e a resultante das forças que atuam sobre a bola têm a mesma direção e o mesmo sentido, donde se conclui que a opção correta é a (B).

- 1.2. Calcule a distância percorrida pela bola desde que é lançada até atingir a posição de altura máxima.

Recorra exclusivamente às equações do movimento, $y(t)$ e $v(t)$.

Apresente todas as etapas de resolução.

1.2. 1,8 m

Comparando a lei das posições do movimento uniformemente variado, $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, com a equação da componente escalar da posição, $y = 1,20 + 6,0 t - 5,0 t^2$, verifica-se que:

$$y_0 = 1,20 \text{ m}; v_0 = 6,0 \text{ m s}^{-1} \text{ e } \frac{1}{2} a = -5,0 \Leftrightarrow a = -10 \text{ m s}^{-2}$$

e, substituindo na lei das velocidades, $v = v_0 + a t$, os valores da velocidade de lançamento e da aceleração, tem-se a equação da componente escalar da velocidade $v = 6,0 - 10 t$ (SI)

Como a bola atinge a altura máxima quando o valor da velocidade se anula, recorrendo a esta equação determina-se o tempo de subida.

$$0 = 6,0 - 10 t \Leftrightarrow t = \frac{6,0}{10} = 0,60 \text{ s}$$

Substituindo este valor na equação que descreve a componente escalar das posições, calcula-se a altura máxima.

$$y = 1,20 + 6,0 \times 0,60 - 5,0 \times 0,60^2 = 3,0 \text{ m}$$

A distância percorrida pela bola é igual ao módulo do deslocamento, durante a subida, $d = |3,0 - 1,20| = 1,8 \text{ m}$.

A distância percorrida pela bola desde que é lançada até atingir a posição máxima é igual a 1,8 m.

2. Uma bola, de massa 58,0 g, atada a uma corda, descreve trajetórias circulares, de raio 22 cm, num plano horizontal. Verifica-se que a bola descreve 20 voltas completas em 8,1 s, com velocidade de módulo constante.

Considere que a bola pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

Determine a intensidade da resultante das forças que atuam na bola, no movimento considerado.

Apresente todas as etapas de resolução.

2. 3,1 N

$$m = 58,0 \text{ g} = 58,0 \times 10^{-3} \text{ kg}; r = 22 \text{ cm} = 22 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$n_{\text{voltas}} = 20; \Delta t = 8,1 \text{ s}$$

$$F_R = ?$$

Como a bola descreve uma trajetória circular com velocidade de módulo constante, está animada de movimento circular uniforme, pelo que a resultante das forças que sobre ela atuam é igual à força centrípeta, cuja intensidade é:

$$F_R = m a_c$$

Como o módulo da aceleração centrípeta é dado por $a_c = \omega^2 r$ e como $\omega = 2\pi f$, então,

$$F_R = 4 m \pi^2 f^2 r \quad (1)$$

Há que determinar o valor da frequência, cujo valor é:

$$f = \frac{n_{\text{voltas}}}{\Delta t} \Rightarrow f = \frac{20}{8,1} = 2,47 \text{ Hz}$$

Recorrendo à expressão (1), tem-se:

$$F_R = 4 \times 58,0 \times 10^{-3} \times \pi^2 \times 2,47^2 \times 22 \times 10^{-2} = 3,1 \text{ N}$$

A intensidade das forças que atuam sobre a bola é de 3,1 N.

GRUPO II

1. Uma esfera, largada de uma certa altura, cai verticalmente até atingir o solo.

Na Figura 2, apresenta-se um esboço do gráfico do módulo da velocidade, v , dessa esfera, em função do tempo, t , desde o instante em que a esfera é largada até atingir o solo.

Considere que a esfera pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material).

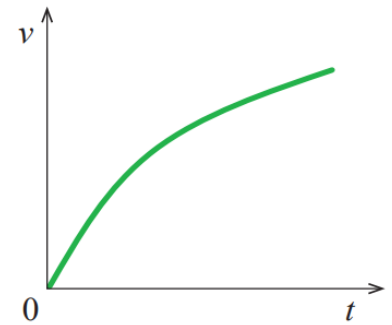
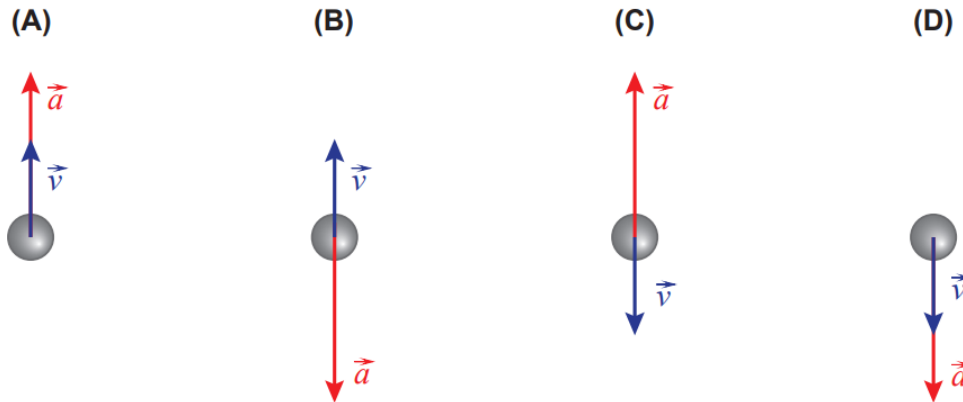


Figura 2

- 1.1. Qual das opções pode representar a velocidade, $\vec{v}$, e a aceleração, $\vec{a}$, da esfera, num dado instante, durante a queda?



1.1. (D)

Como a esfera se desloca no sentido descendente, está em queda, então o vetor velocidade $\vec{v}$ tem este sentido, pelo que se eliminam as opções (A) e (B). E, da análise do gráfico representado na Figura 2 do enunciado, verifica-se que o módulo da velocidade aumenta ao longo do tempo, pelo que o movimento da esfera é acelerado, apresentando o vetor aceleração $\vec{a}$, em cada instante, o sentido da velocidade, o descendente. Assim, pode concluir-se que a opção correta é a (D).

2. Uma outra esfera é largada de uma altura de 50 m.

Considere que a esfera pode ser representada pelo seu centro de massa (modelo da partícula material) e considere o solo como nível de referência da energia potencial gravítica.

- 2.1. Se a força de resistência do ar que atua na esfera durante a queda for desprezável, qual é, em cada segundo, o aumento do módulo da velocidade da esfera?

2.1. Se a força de resistência do ar for desprezável, a resultante das forças que atuam sobre a esfera é igual à força gravítica e, conseqüentemente, a aceleração do movimento é a aceleração gravítica, $g = 10 \text{ m s}^{-2}$. Assim, o aumento da velocidade da esfera é, em cada segundo, igual a 10 m s^{-1} .

2.2. A força de resistência do ar que atua na esfera durante a queda não é, contudo, desprezável.

2.2.1. Se a esfera chegar ao solo com velocidade de módulo 26 m s^{-1} , a fração de energia dissipada na queda será

(A) 0,68

(B) 0,48

(C) 0,32

(D) 0,52

2.2.1. (C)

$$h_0 = 50 \text{ m}; v = 26 \text{ m s}^{-1}; g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

Para determinar a energia dissipada, tem de se calcular previamente, em função da massa da esfera, a energia potencial inicial e a energia cinética com que a esfera atinge o solo.

$$E_{p0} = m g h_0 \Rightarrow E_{p0} = 500m \text{ e}$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} m \times 26^2 \Leftrightarrow E_c = 338m$$

A energia dissipada é:

$$E_{\text{dissipada}} = E_{p0} - E_c \Leftrightarrow E_{\text{dissipada}} = (500 - 338)m = 162m$$

Por fim, determina-se a fração de energia dissipada:

$$\frac{E_{\text{dissipada}}}{E_{p0}} = \frac{162m}{500m} = 0,324 \Leftrightarrow \frac{E_{\text{dissipada}}}{E_{p0}} = 0,32$$

A opção correta é a **(C)**.

2.2.2. Num dado instante, o módulo da aceleração da esfera é $6,0 \text{ m s}^{-2}$.

Nesse instante, a intensidade da força de resistência do ar que atua na esfera é x % da intensidade da força gravítica que nela atua.

Determine o valor de x.

Apresente todas as etapas de resolução.

2.2.2. x = 40

$$a = 6,0 \text{ m s}^{-2}; g = 10 \text{ m s}^{-2}$$

Considerando que as forças que atuam sobre a esfera são a força gravítica, $\vec{F}_g$, e a da resistência do ar, $\vec{R}_{ar}$, que têm sentidos opostos, a intensidade da resultante das forças que sobre ela atuam é:

$$F_R = F_g - R_{ar} \Leftrightarrow R_{ar} = F_g - F_R \Leftrightarrow$$

$$R_{ar} = m g - m a \Rightarrow R_{ar} = 10m - 6,0m \Leftrightarrow R_{ar} = 4,0m$$

A percentagem, x, entre a intensidade da resistência do ar e a da força gravítica é:

$$x = \frac{4,0m}{10m} \times 100 = 40$$

O valor de x é 40.